

ΠΠΜ 220: Στατική Ανάλυση των Κατασκευών Ι

Διάλεξη 27

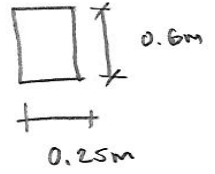
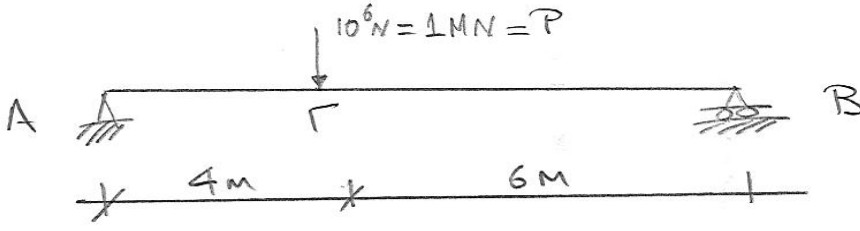
Ασκήσεις: 6^η

Τρίτη 9 Νοεμβρίου, 2004

Πέτρος Κωμοδρόμος

komodromos@ucy.ac.cy

<http://www.ucy.ac.cy/~petrosk>



$$E = 200 \text{ GPa} = 200 \times 10^9 \text{ N/m}^2$$

$$I = \frac{bh^3}{12} = 0.0045 \text{ m}^4$$

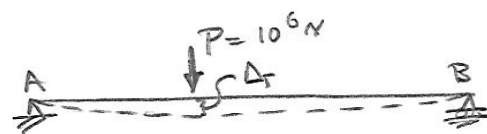
$$EI = 900 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{m}^2$$

Από ισορροπία του ΔΕΣ της δοκού:

$$\left. \begin{aligned} R_A^Y &= 600,000 \text{ N} \\ R_B^Y &= 400,000 \text{ N} \end{aligned} \right\}$$

Λαμβάνοντας υπόψη μόνο τις καμπτικές παραμορφώσεις, πάλι το γεγονός ότι θα προκύψουν να συγκρίνουν υπόψη IS οι διαστρεφτικές παραμορφώσεις:

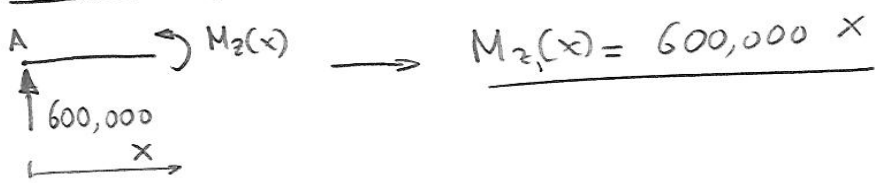
Αρχική διαστρέφηση της κρίσης:



• Εξωτερικό έργο: $W_E = \frac{1}{2} P \cdot \Delta_\Gamma = \frac{10^6}{2} \cdot \Delta_\Gamma$

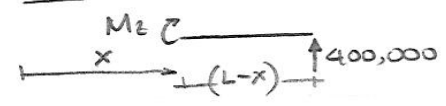
• εσωτερική κρίση (εσωτερικό έργο): $U = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{M_z^2}{EI_z} dx = \frac{1}{2} \int_0^4 \frac{M_{z1}^2}{EI} dx + \frac{1}{2} \int_4^{10} \frac{M_{z2}^2}{EI} dx$

Τμήμα ΑΓ: $0 \leq x \leq 4$



$$M_{z1}(x) = 600,000 \cdot x$$

Τμήμα ΓΒ: $4 \leq x \leq 10$



$$M_{z2}(x) = 400,000 (10 - x)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_0^4 \frac{(600000 \cdot x)^2}{900 \cdot 10^6} dx + \frac{1}{2} \int_4^{10} \frac{400000^2 (10-x)^2}{900 \cdot 10^6} dx$$

$$\hookrightarrow U = \frac{1}{2} \left[\frac{600000^2 \cdot x^3}{3 \cdot 900 \cdot 10^6} \right]_0^4 + \frac{1}{2} \left[\frac{400000}{900 \cdot 10^6} \cdot \left(100x - 10x^2 + \frac{x^3}{3} \right) \right]_4^{10}$$

$$\hookrightarrow U = \frac{8533}{2} + \frac{12800}{2} = \frac{2133}{2}$$

$$W_E = U \rightarrow \frac{10^6}{2} \cdot \Delta r = \frac{2133}{2} \rightarrow \boxed{\Delta r = 0.0213 \text{ m} = 2.13 \text{ cm}}$$

2^o Metodo Castigliano

$$\Delta r = \frac{dU}{dP} = \int_0^4 \frac{dM_{z1}}{dP} \cdot \left(\frac{M_{z1}}{EI} \right) dx + \int_4^{10} \frac{dM_{z2}}{dP} \cdot \left(\frac{M_{z2}}{EI} \right) dx$$

$$M_{z1} = 0.6 \cdot P \cdot x \rightarrow \frac{dM_{z1}}{dP} = 0.6 \cdot x, \quad M_{z2} = 0.4 \cdot P(10-x) \rightarrow \frac{dM_{z2}}{dP} = 0.4(10-x)$$

$$\hookrightarrow \Delta r = \int_0^4 \frac{0.6 \cdot x \cdot 0.6 \cdot 10^6 \cdot x}{900 \cdot 10^6} dx + \int_4^{10} \frac{0.4 \cdot (10-x) \cdot 0.4 \cdot 10^6 \cdot (10-x)}{900 \cdot 10^6} dx$$

$$\hookrightarrow \Delta r = \left[\frac{0.6^2 \cdot 10^6 \cdot x^3}{3 \cdot 900 \cdot 10^6} \right]_0^4 + \left[\frac{0.4^2 \cdot 10^6 \cdot \left(100x + \frac{x^3}{3} - 10x^2 \right)}{900 \cdot 10^6} \right]_4^{10}$$

$$\hookrightarrow \Delta r = 0.00853 + 0.0128 = 0.02133 \text{ m}$$

$$\hookrightarrow \boxed{\Delta r = 2.13 \text{ cm}}$$