

ΠΠΜ 220: Στατική Ανάλυση των Κατασκευών Ι

Διάλεξη 3^η

Ισορροπία, στατικότητα και εντατικά μεγέθη κατασκευών

Παρασκευή, 10 Σεπτεμβρίου, 2004

Πέτρος Κωμοδρόμος

komodromos@ucy.ac.cy

<http://www.ucy.ac.cy/~petrosk>

Ανακοινώσεις

▪ 1^ο Διαγώνισμα

- Το 1^ο σύντομης διάρκειας (ενδιάμεσο) διαγώνισμα θα γίνει την Τρίτη 14 Σεπτεμβρίου, 2004 στην αίθουσα διδασκαλίας (ΧΩΔ01 101), στην αρχή του μαθήματος (12:00 μ.μ.) και θα είναι σύντομης διάρκειας.
- Η ύλη θα είναι οτιδήποτε θα διδαχθείτε την τρέχουσα εβδομάδα, δηλαδή 7-10 Σεπτεμβρίου, 2004.
- Το διαγώνισμα θα είναι χωρίς σημειώσεις και βιβλία

▪ 1^η Σειρά Ασκήσεων

- Μέχρι την ερχόμενη Δευτέρα, 13 Σεπτεμβρίου, 2004, πρέπει να έχετε αποστείλει με ηλεκτρονικό ταχυδρομείο την απάντησή σας στην 7^η ερώτηση ώστε να δημιουργήσουμε αρχείο με χρήσιμους τεχνικούς όρους πολιτικής μηχανικής.

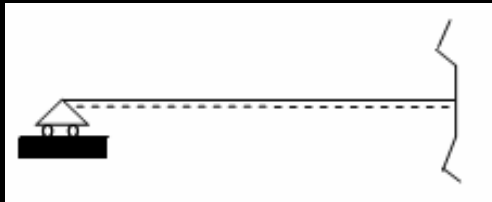
Θέματα

- Στηρίξεις
- Συνδέσεις και εσωτερικές ελευθερίες
- Διαγράμματα ελευθέρου σώματος και εσωτερικά εντατικά μεγέθη
 - Επίπεδοι φορείς
 - Χωρικοί φορείς
- Εξισώσεις ισορροπίας
- Βαθμοί στατικής αοριστίας (υπερστατικότητα)
 - απλοί φορείς
 - φορείς με βρόγχους
- Αρχή της επαλληλίας
- Συμμετρία και αντισυμμετρία
- Αρχή δυνατών έργων

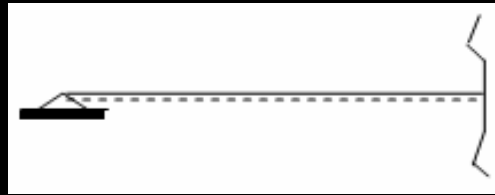
Στηρίξεις

- Επίπεδος φορέας:

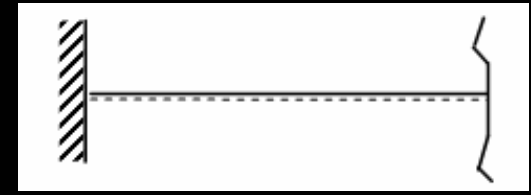
- κύλιση



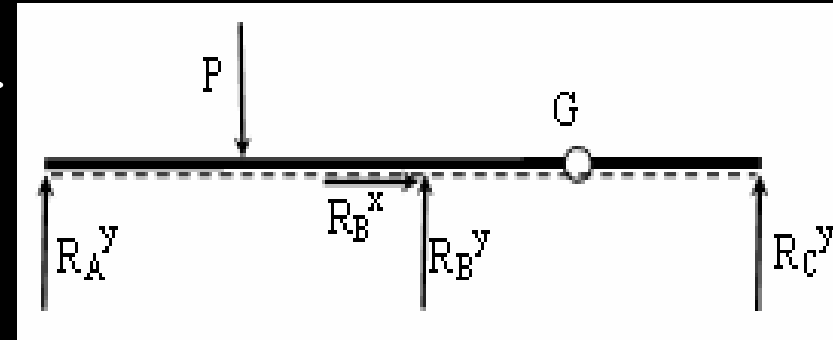
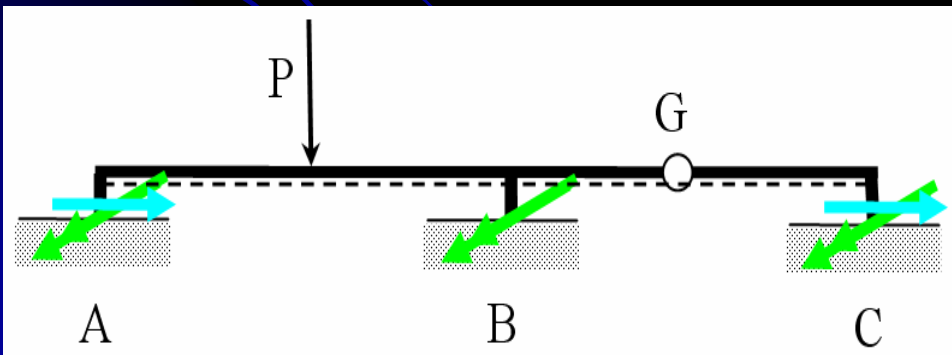
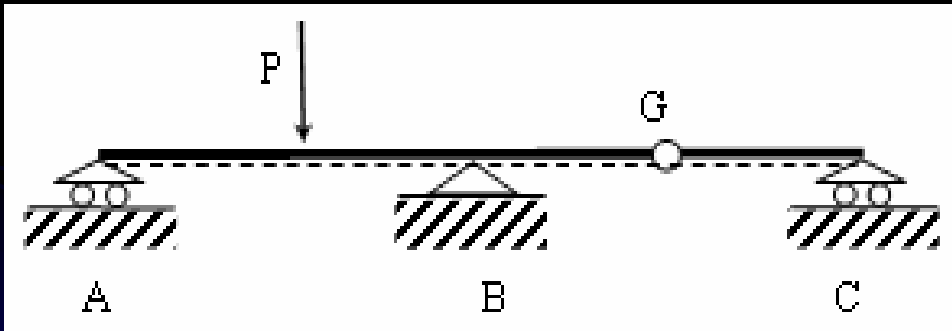
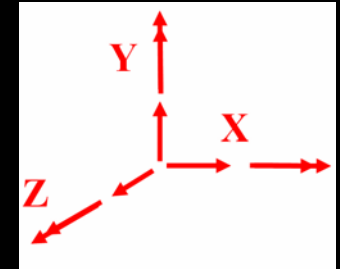
- άρθρωση



- πάκτωση



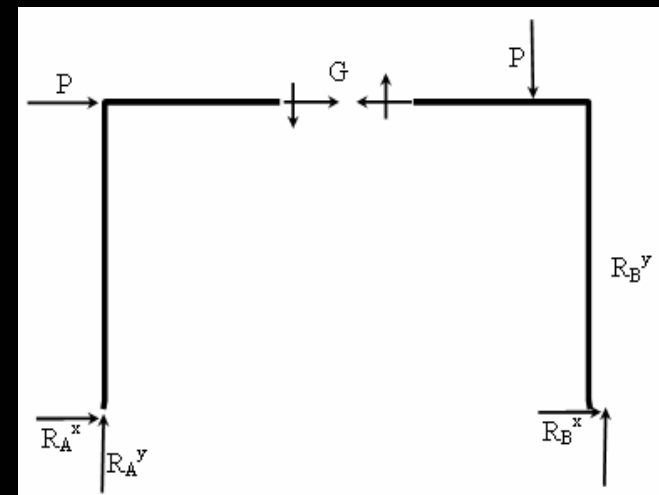
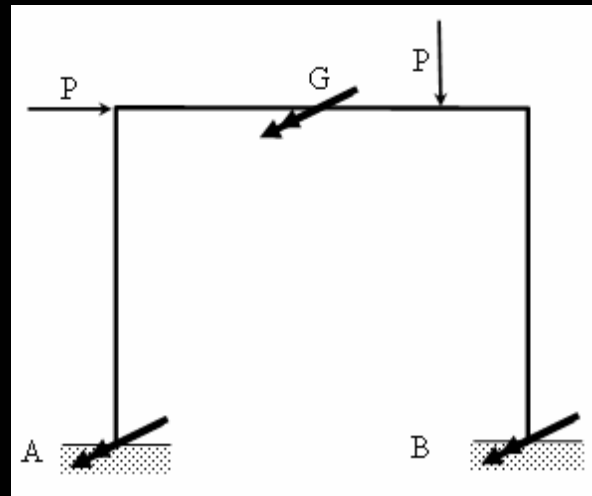
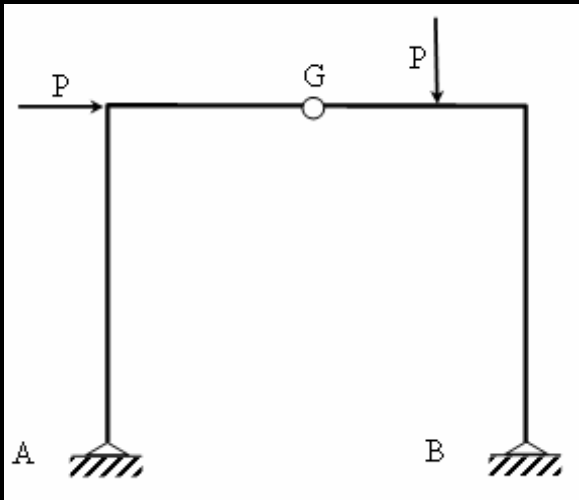
- Τρισδιάστατος φορέας: εναλλακτικοί συμβολισμοί



Συνδέσεις και εσωτερικές ελευθερίες

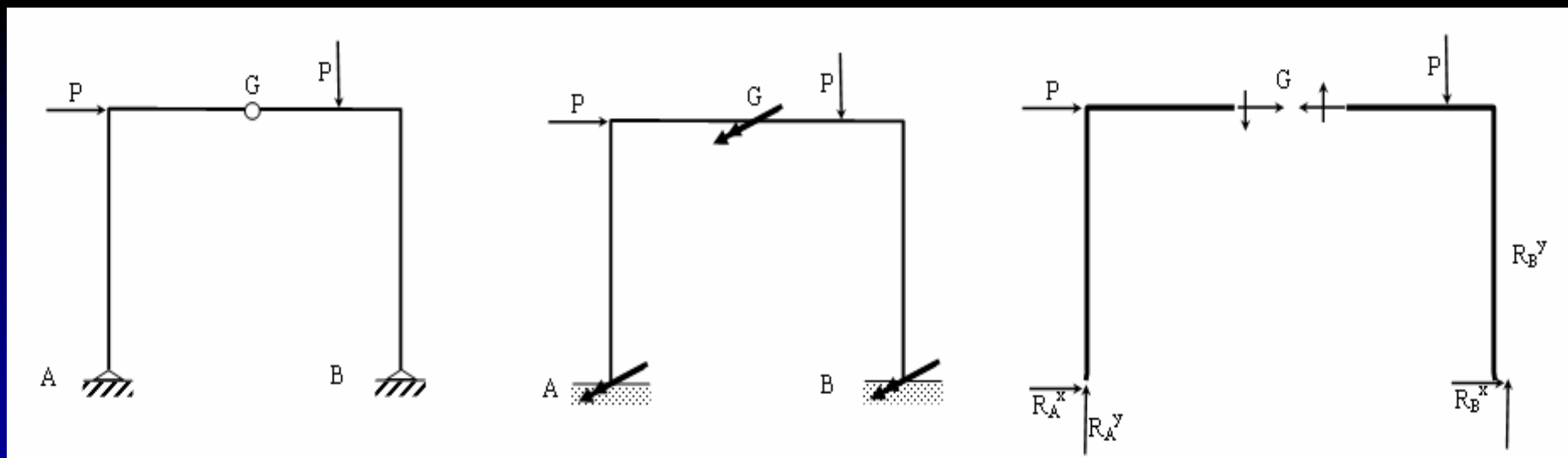
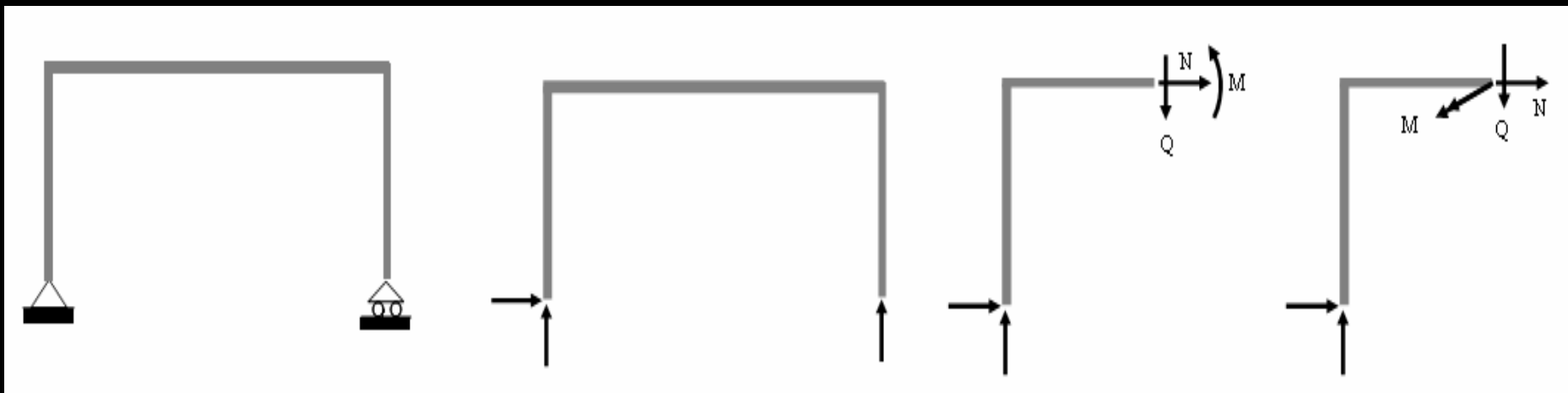
- Απλοί φορείς

- Σύνθετοι φορείς (π.χ. εσωτερικές αρθρώσεις)

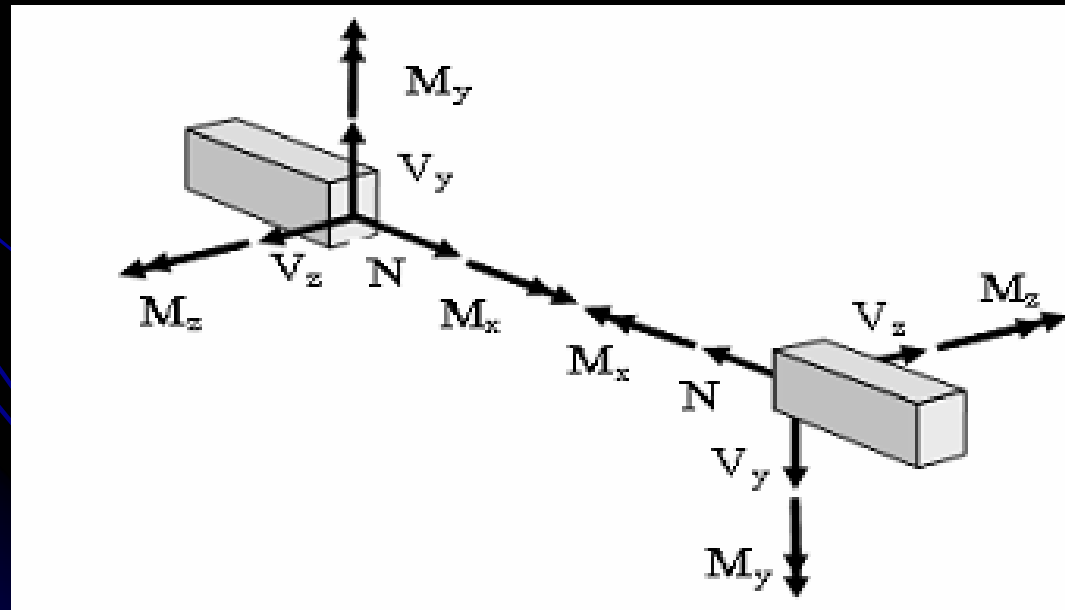
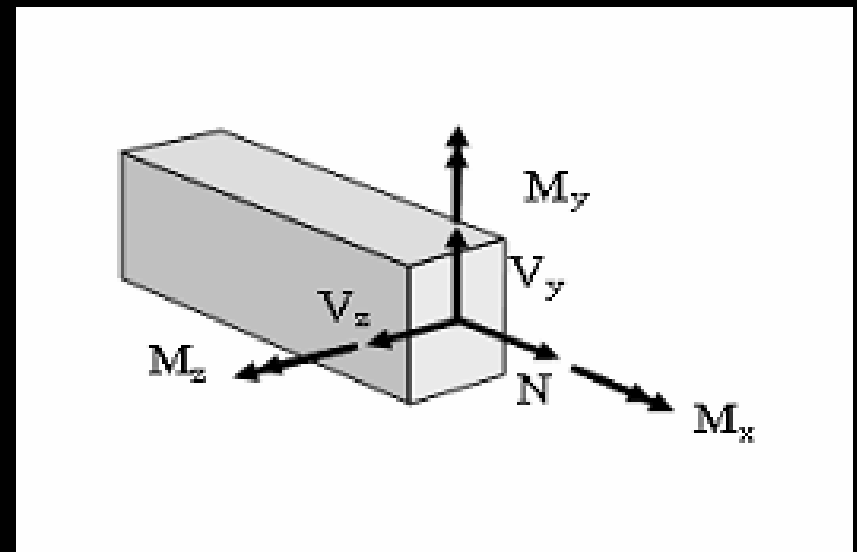
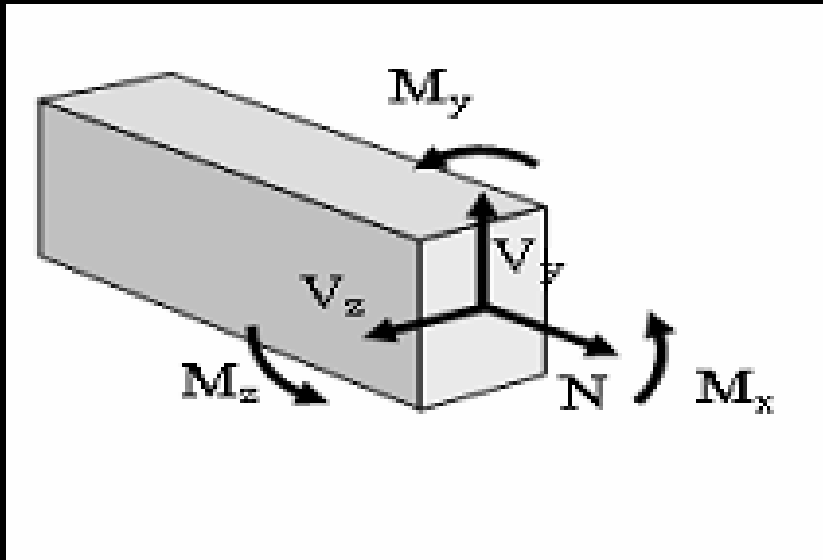


Διαγράμματα ελευθέρου σώματος και εσωτερικά εντατικά μεγέθη

- Επίπεδοι φορείς

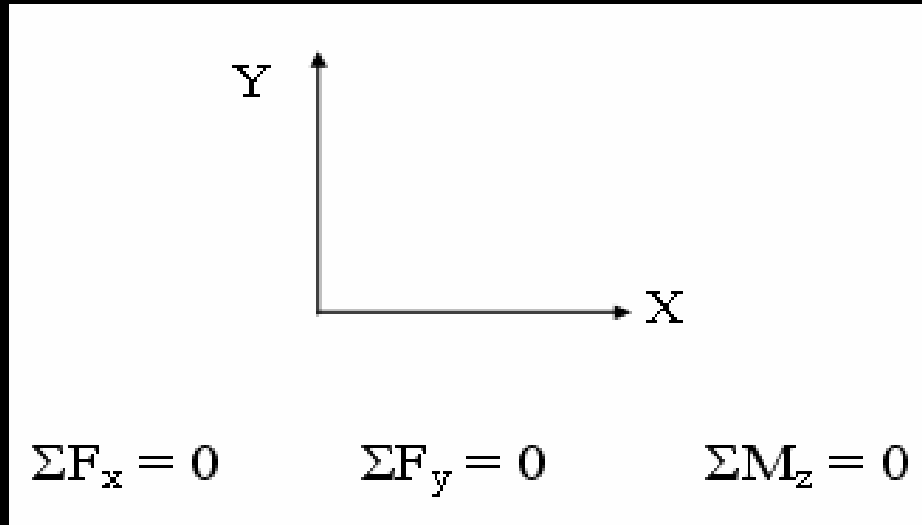


Εσωτερικά εντατικά μεγέθη χωρικών φορέων

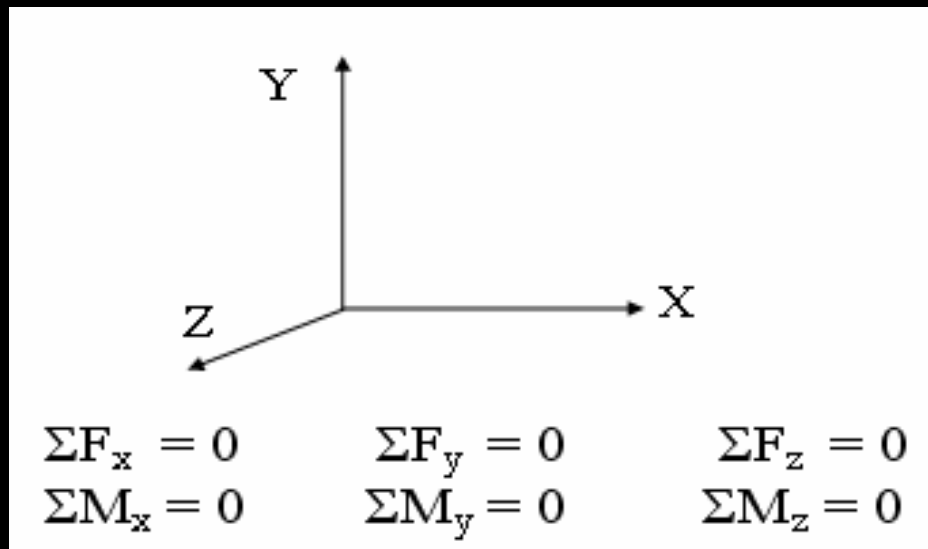


Εξισώσεις Ισορροπίας

- Επίπεδοι φορείς



- Χωρικοί φορείς



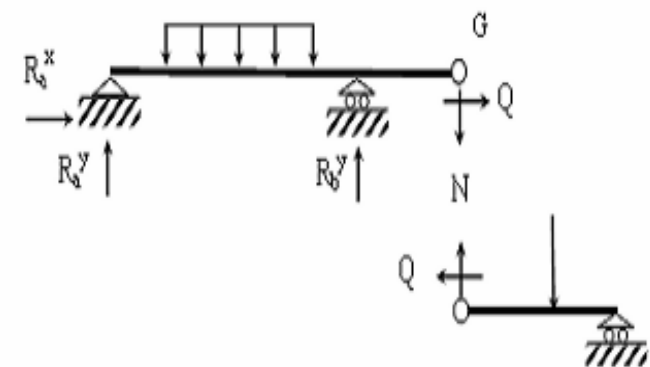
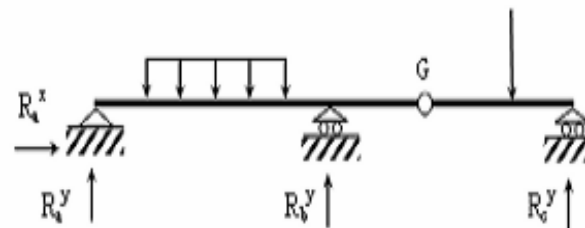
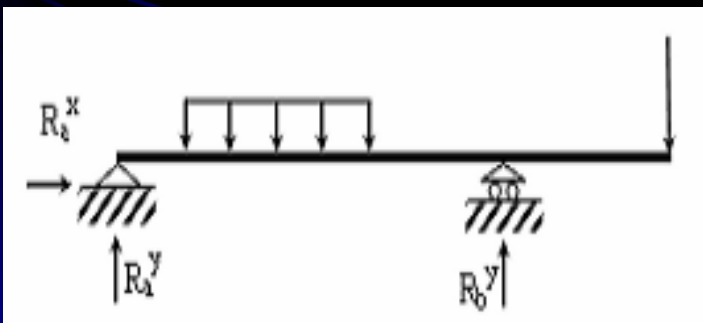
Ισοστατικότητα και βαθμοί στατικής αοριστίας απλών φορέων

$R < G + N \rightarrow$ μηχανισμός ή χαλαρός φορέας

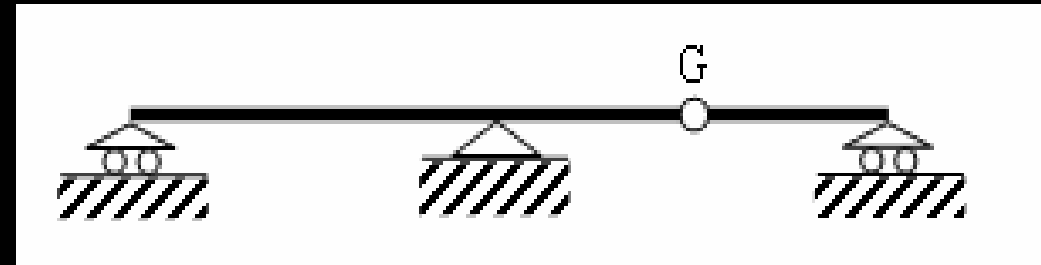
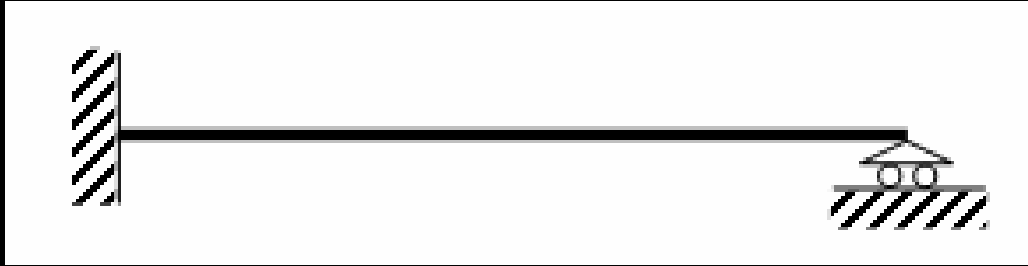
$R = G + N \rightarrow$ ισοστατικός και ενδεχομένως σταθερός φορέας

$R > G + N \rightarrow$ υπερστατικός και ενδεχομένως σταθερός φορέας
(βαθμός στατικής αοριστίας: $R - G - N$)

$\left[\begin{array}{ll} N: \text{ Επίπεδοι φορείς: } N = 3 & \text{Χωρικοί φορείς: } N = 6 \\ R: \text{ αντιδράσεις} & G: \text{ αριθμός εσωτερικών ελευθεριών} \end{array} \right]$



Παραδείγματα υπερστατικότητας δοκών



Διερεύνηση της υπερστατικότητας φορέων με βρόγχους

Τομές \rightarrow για να απλοποιηθεί ο φορέας

$r < n N \rightarrow$ μηχανισμός ή χαλαρός φορέας

$r = n N \rightarrow$ ισοστατικός και ενδεχομένως σταθερός φορέας

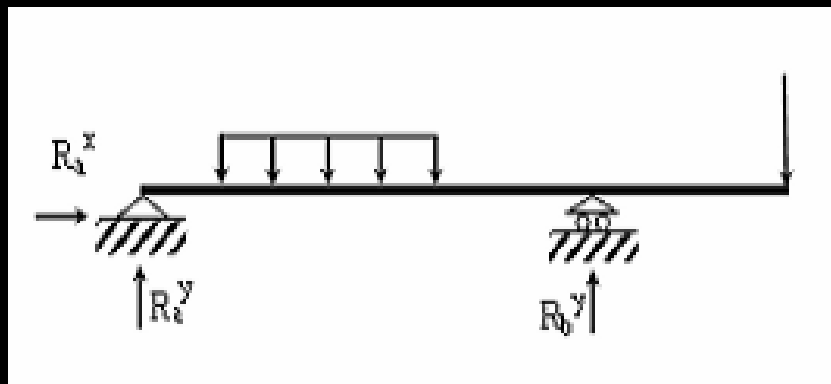
$r > n N \rightarrow$ υπερστατικός και ενδεχομένως σταθερός φορέας
(βαθμός στατικής αοριστίας: $r - n N$)

N : Επίπεδοι φορείς: $N = 3$ Χωρικοί φορείς: $N = 6$

r : αντιδράσεις συμπεριλαμβανομένων εντατικών μεγεθών σε τομές

n : αριθμός επιμέρους τμημάτων φορέα

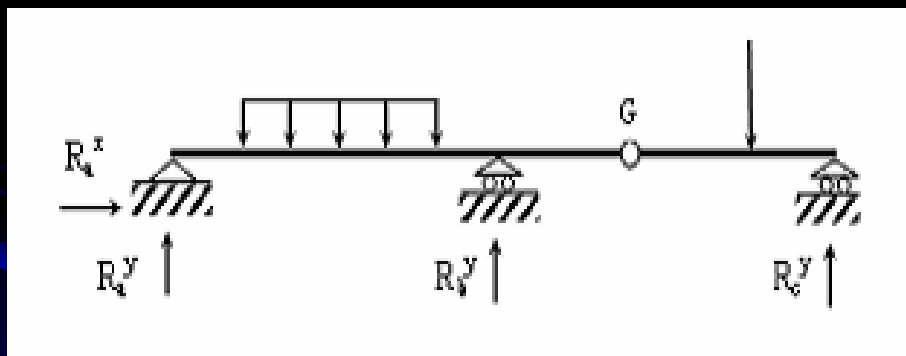
Παραδείγματα επίπεδων φορέων



τομές $\rightarrow r = 3, n = 1, N = 3$

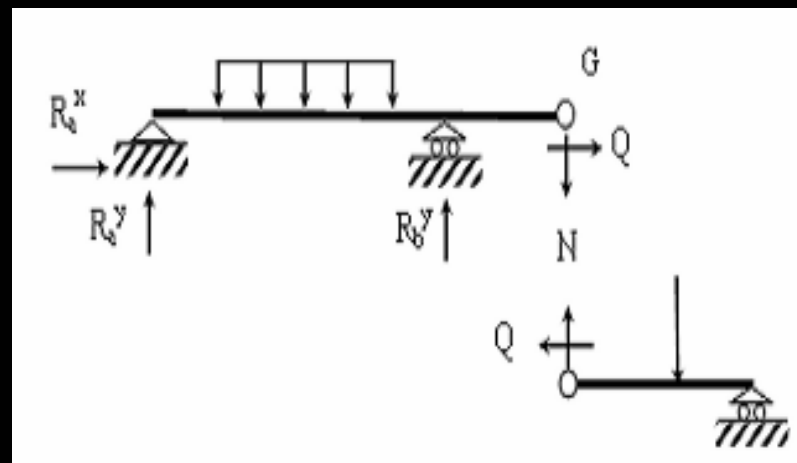
$$r = n N$$

\rightarrow ισοστατικός και σταθερός φορέας

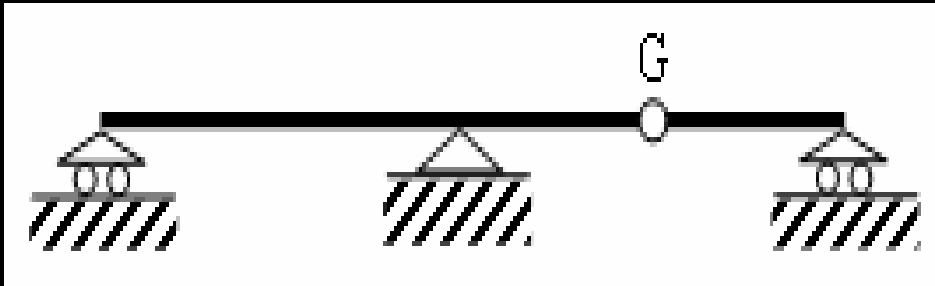


τομές $\rightarrow r = 6, n = 2, N = 3$

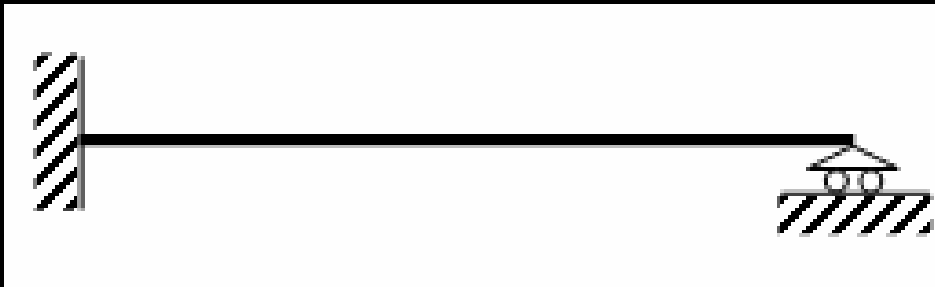
$r = 6, n N = 6 \rightarrow$ ισοστατικός και σταθερός φορέας



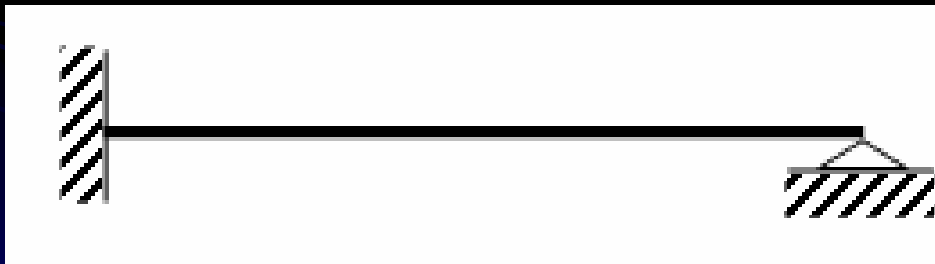
Παραδείγματα επίπεδων φορέων



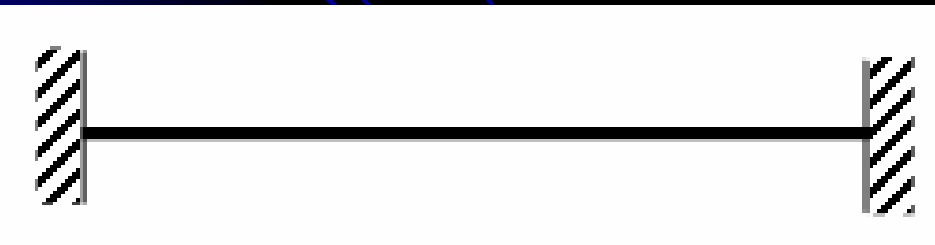
τομές $\rightarrow r = 6, n = 2, N = 3$
 \rightarrow ισοστατικός & σταθερός φορέας



τομές $\rightarrow R = 4, n = 1, N = 3$
 \rightarrow μία φορά υπερστατικός και σταθερός φορέας

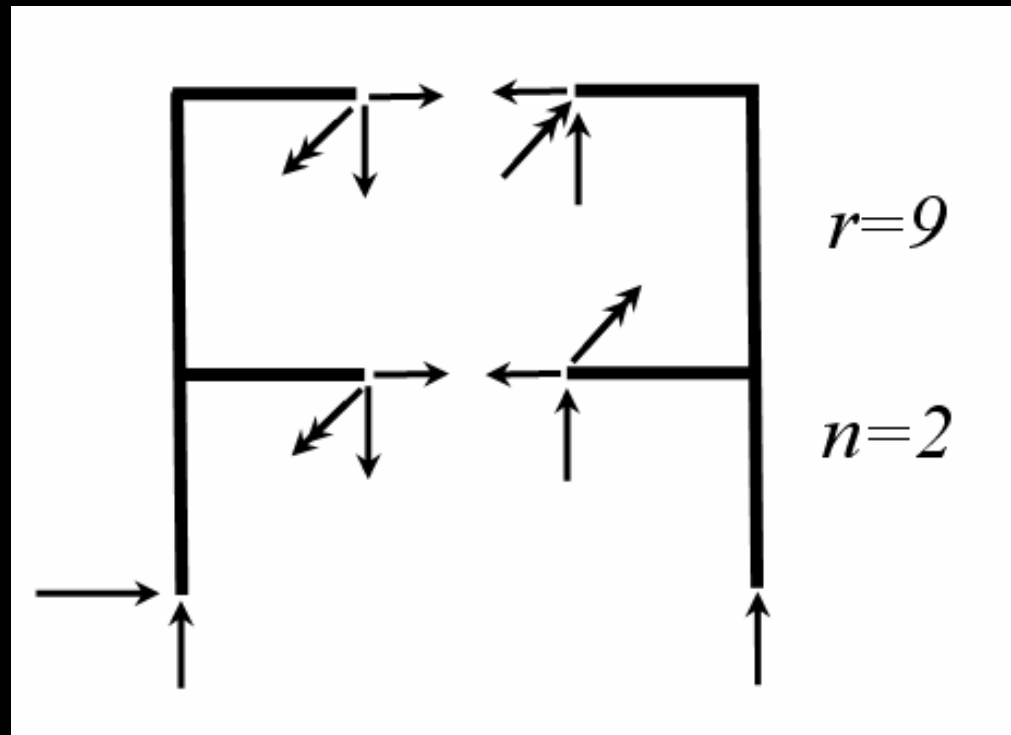
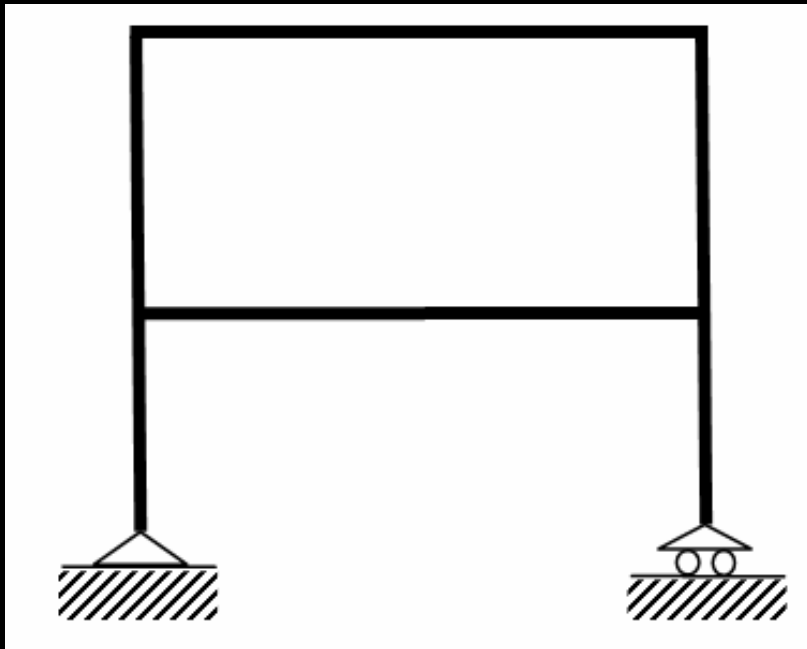


τομές $\rightarrow R = 5, n = 1, N = 3$
 \rightarrow δύο φορές υπερστατικός και σταθερός φορέας



τομές $\rightarrow R = 6, n = 1, N = 3$
 \rightarrow τρεις φορές υπερστατικός και σταθερός φορέας

Παράδειγμα πλαισίου (με κλειστό βρόγχο)

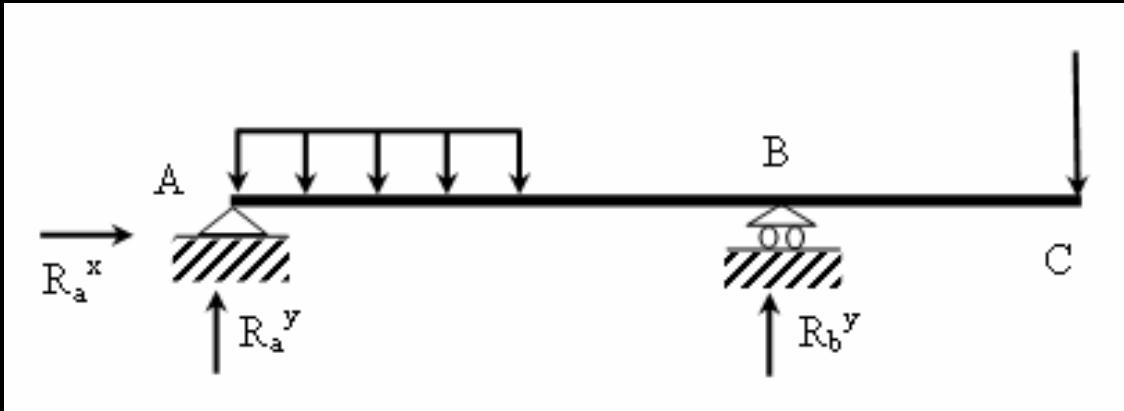


τομές →

$$r = 9, \quad n = 2, \quad N = 3$$
$$n N = 6$$

→ τρεις φορές υπερστατικός
και σταθερός φορέας

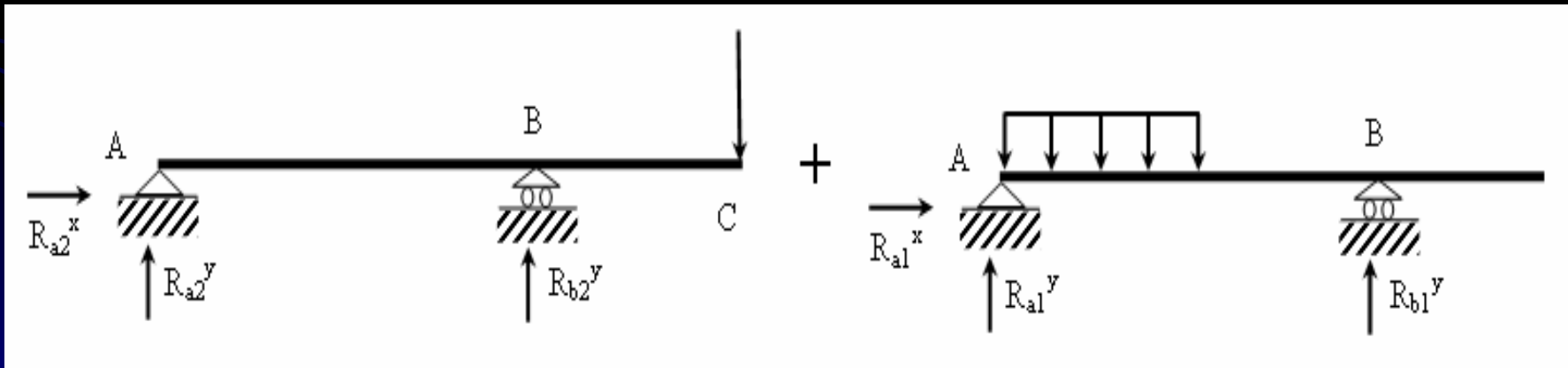
Αρχή της Επαλληλίας



$$R_a^x = R_{a1}^x + R_{a2}^x$$

$$R_a^y = R_{a1}^y + R_{a2}^y$$

$$R_b^y = R_{b1}^y + R_{b2}^y$$



Συμμετρία και αντισυμμετρία

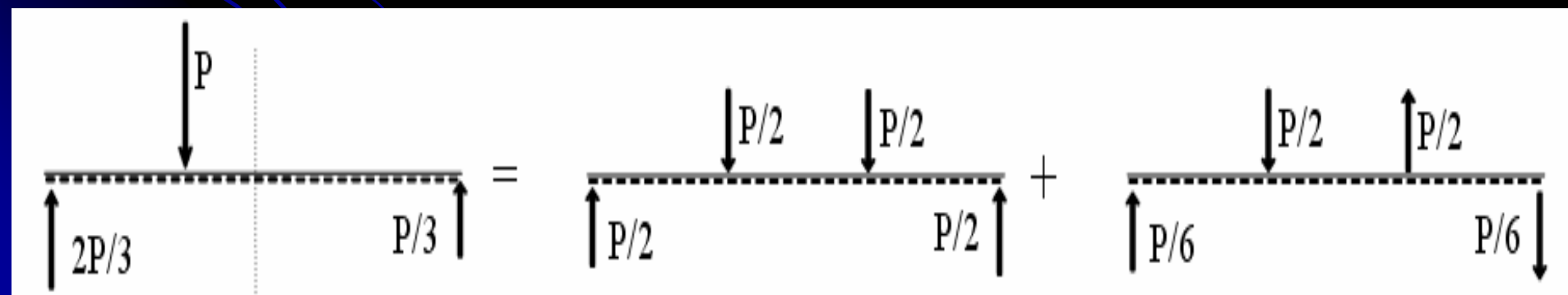
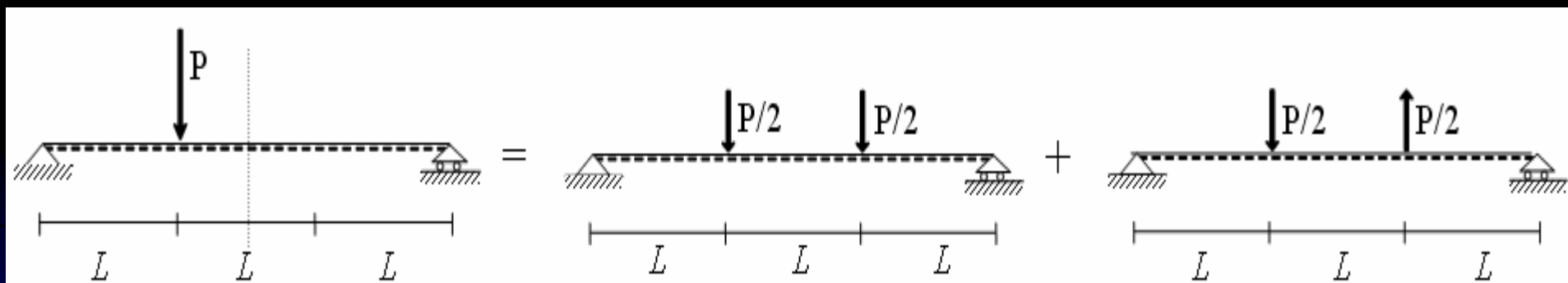
Γεωμετρία και μηχανικές ιδιότητες του φορέα συμμετρικές ως προς ένα άξονα, τον άξονα συμμετρίας (ΑΣ)

- Συμμετρικός φορέας:

⇒ τα επιβαλλόμενα φορτία να είναι συμμετρικά ως προς τον ΑΣ

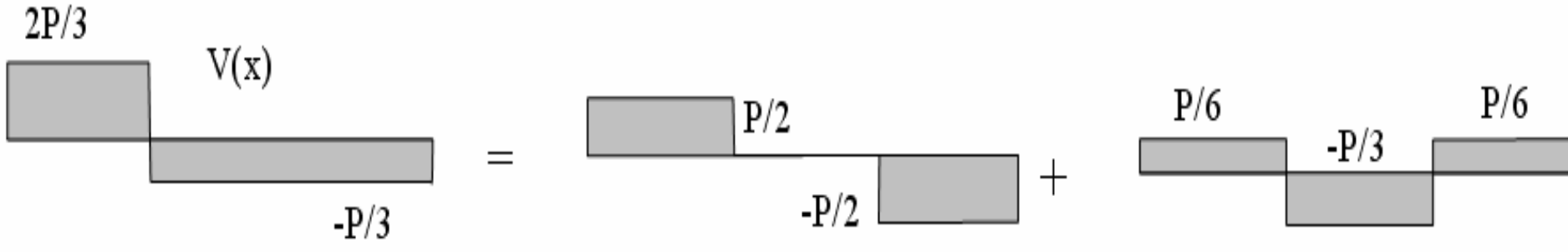
- Αντισυμμετρικός φορέας:

⇒ τα επιβαλλόμενα φορτία να είναι αντισυμμετρικά ως προς τον ΑΣ

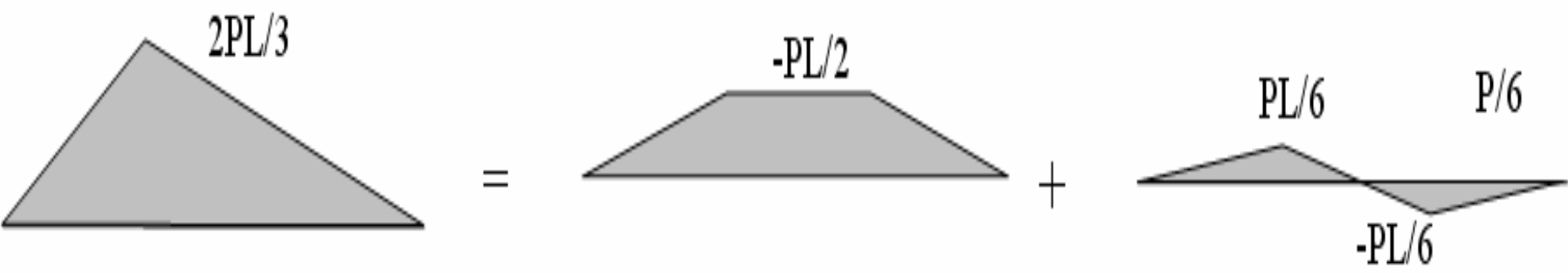


Συμμετρία και αντισυμμετρία: διαγράμματα εντατικών μεγεθών

- Διαγράμματα τεμνουσών δυνάμεων (ΔΤΔ):
συμμετρικός φορέας \Rightarrow αντισυμμετρικό ΔΤΔ
αντισυμμετρικός φορέας \Rightarrow συμμετρικό ΔΤΔ



- Διαγράμματα καμπτικών ροπών (ΔΚΡ):
συμμετρικός φορέας \Rightarrow συμμετρικό ΔΚΡ
αντισυμμετρικός φορέας \Rightarrow αντισυμμετρικό ΔΚΡ



Αρχή δυνατών έργων (ΑΔΕ)

- Έργο δύναμης P κατά διαφορική μετακίνηση $d\Delta$ στην διεύθυνση της:

$$dW = P \cdot d\Delta$$

- Ολικό έργο από μετακίνηση της δύναμης P :

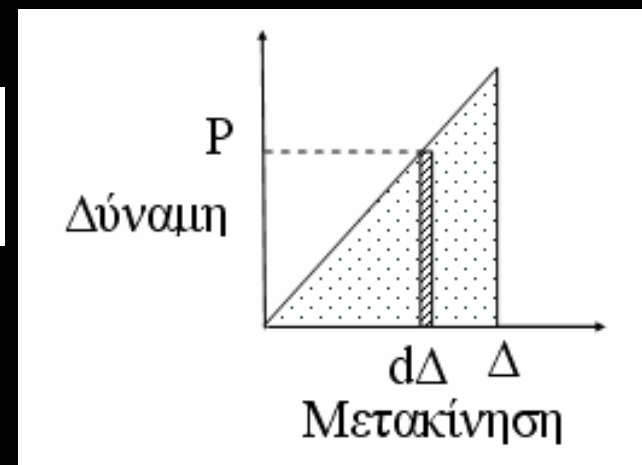
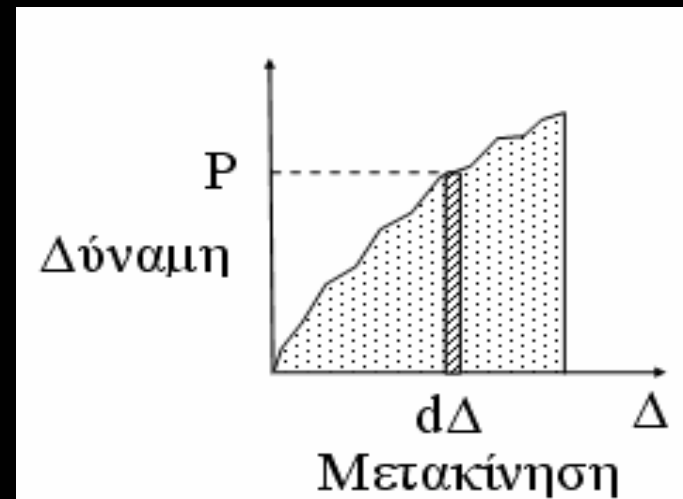
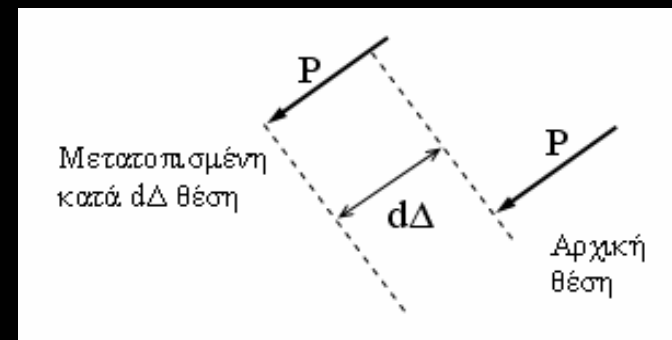
$$W = \int_0^{\Delta} P \cdot d\Delta$$

$$\Rightarrow W = \sum_{i=1}^N W_i = \sum_{i=1}^N \left(\int_0^{\Delta_i} P_i \cdot d\Delta_i \right)$$

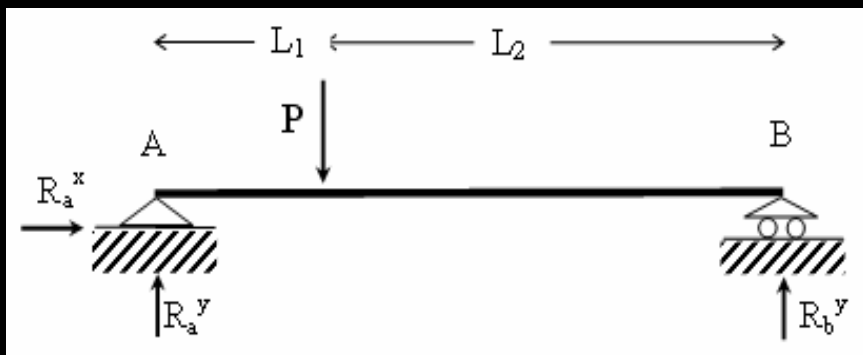
- Ολικό έργο από μετακίνηση της δύναμης P με γραμμική σχέση δύναμης-μετακίνησης:

$$\Rightarrow W = \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{2} \cdot P_i \cdot \Delta_i \right)$$

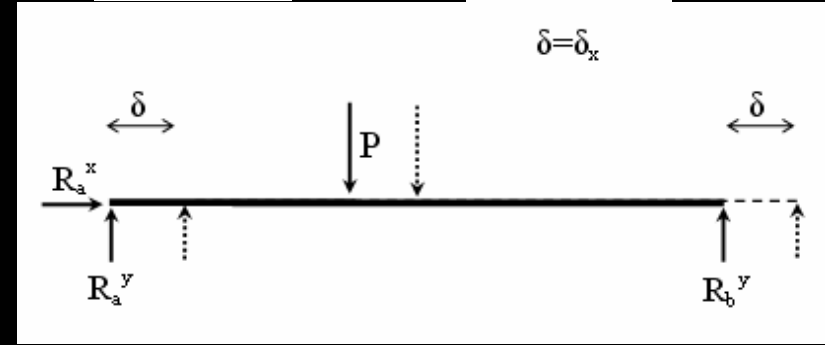
Στατική Ανάλυση των Κατασκευών Ι



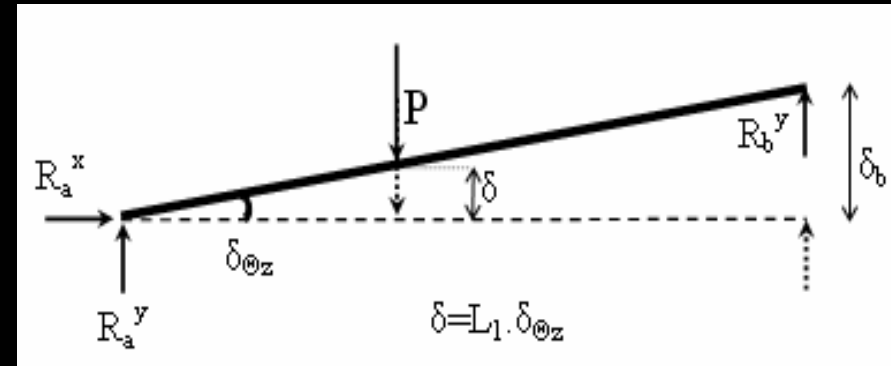
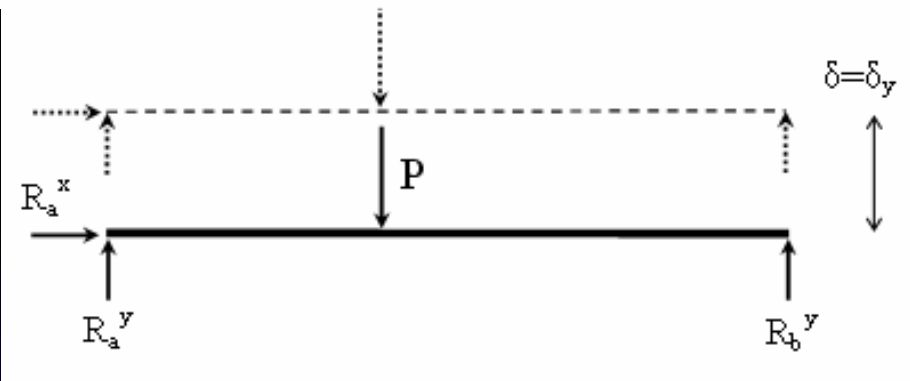
Παράδειγμα εφαρμογής ΑΔΕ:



$$\delta = \delta_x \Rightarrow R_a^x = 0$$



Μετατόπιση δ_y : $\delta W_y = \delta_y \cdot R_a^y + \delta_y \cdot R_b^y - P \cdot \delta_y = 0 \Rightarrow R_a^y + R_b^y = P$



Στροπή $\delta_{\theta z}$: $\delta W_{\theta z} = -\delta_{\theta z} \cdot L_1 \cdot P + \delta_{\theta z} \cdot (L_1 + L_2) \cdot R_b^y = 0$

$$\Rightarrow R_b^y = \frac{L_1 \cdot P}{L_1 + L_2} \Rightarrow R_a^y = \frac{L_2 \cdot P}{L_1 + L_2}$$

Καλό
Σαββατοκύριακο!!!