

ΠΠΜ 220: Στατική Ανάλυση των Κατασκευών Ι

Επίλυση 4^{ης} Προόδου

Παρασκευή 12 Νοεμβρίου,
2004

Πέτρος Κωμοδρόμος
komodromos@ucy.ac.cy
<http://www.ucy.ac.cy/~petrosk>

Άσκηση 1: [100%]

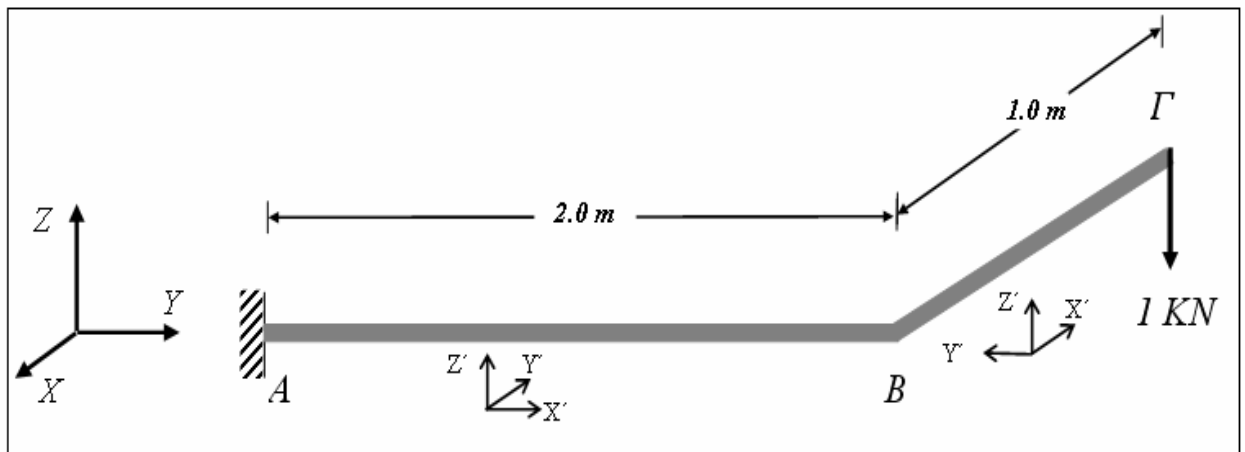
Προσδιορίστε με την **ΑΔΕ** τις στροφές του κόμβου Γ (δηλαδή τις στροφές Θ_X^Γ , Θ_Y^Γ , και Θ_Z^Γ σύμφωνα με το απόλυτο σύστημα συντεταγμένων XYZ) λόγω του επιβαλλόμενου εξωτερικού επικόμβιου φορτίου $R_Z^\Gamma = -1\text{ KN}$, λαμβάνοντας υπόψη **όλες** τις μορφές παραμορφώσεων. Κατά την επίλυση του προβλήματος, χρησιμοποιείστε, για τα εσωτερικά εντακτικά μεγέθη των δύο δοκών, τα τοπικά συστήματα συντεταγμένων ($X'Y'Z'$), όπως φαίνονται στο πιο κάτω σχήμα. Επίσης, χρησιμοποιείστε τους πίνακες υπολογισμού των ορισμένων ολοκληρωμάτων για τον προσδιορισμό της δυνατής ελαστικής ενέργειας, η οποία δίνεται από τον πιο κάτω τύπο:

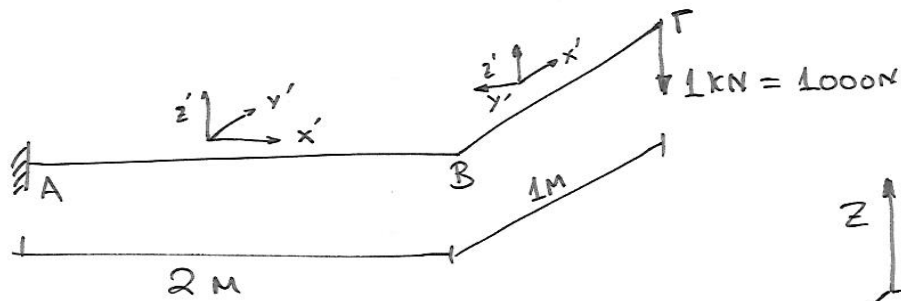
$$\int_0^L \left(\delta N \left(\frac{N}{A E} \right) + V_y \left(\frac{V_y}{G A_y} \right) + \delta V_z \left(\frac{V_z}{G A_z} \right) + \delta T \left(\frac{T}{G J} \right) + \delta M_y \left(\frac{M_y}{E I_y} \right) + \delta M_z \left(\frac{M_z}{E I_z} \right) \right) dx$$

Το μέτρο ελαστικότητας και το μέτρο διάτμησης του υλικού του φορέα είναι: $E = 200\text{ GPa}$ και $G = 75\text{ GPa}$, αντίστοιχα, ενώ και τα δύο μέλη του φορέα έχουν κυκλική διατομή με ακτίνα $r = 25\text{ mm}$.

Για μία κυκλική διατομή:

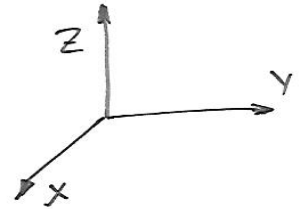
- οι ροπές αδρανείας δίνονται από τον τύπο: $I_Y = I_Z = \frac{\pi \cdot r^4}{4}$
- η πολική ροπή δίνεται από τον τύπο: $J = I_X = \frac{\pi \cdot r^4}{2}$
- ο συντελεστής μορφής της διατομής K ισούται με: $K = K_Y = K_Z = \frac{10}{9}$





$$\left. \begin{aligned} E &= 200 \text{ GPa} = 200 \times 10^9 \text{ N/m}^2 \\ G &= 75 \text{ GPa} = 75 \times 10^9 \text{ N/m}^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} I_x &= \frac{\pi r^4}{2} = 6.136 \times 10^{-7} \\ I_y = I_z &= \frac{\pi r^4}{4} = 3.068 \times 10^{-7} \end{aligned} \right\}$$

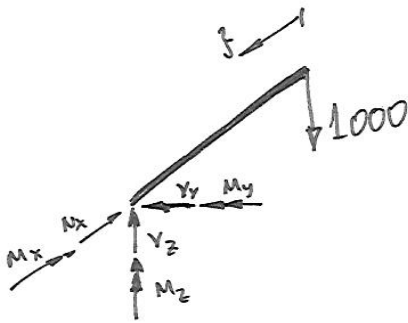


$$\underline{\underline{\theta_x^r, \theta_y^r, \theta_z^r ?}}$$

Παράμετροι Φόρτισης

Τμήμα ΒΓ

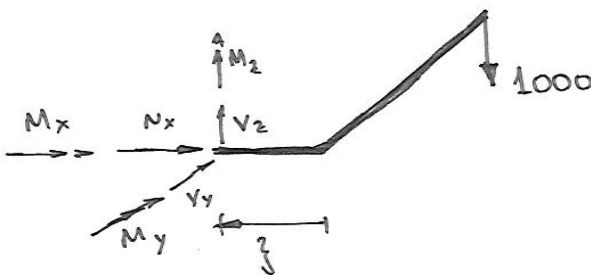
$$0 \leq \xi \leq 1 \text{ m}$$



$$\left\{ \begin{array}{ll} N_x = 0 & M_x = 0 \\ V_y = 0 & M_y = -1000 \cdot \xi \\ V_z = 1000 & \quad (0 \rightarrow -1000) \\ & M_z = 0 \end{array} \right\}$$

Τμήμα ΑΒ

$$0 \leq \xi \leq 2 \text{ m}$$



$$\left\{ \begin{array}{ll} N_x = 0 & M_x = 1000 \\ V_y = 0 & M_y = -1000 \cdot \xi \\ V_z = 1000 & \quad (0 \rightarrow -2000) \\ & M_z = 0 \end{array} \right\}$$

①

Δυναμική κατάσταση: Μια για κάθε άγνωστη στατική



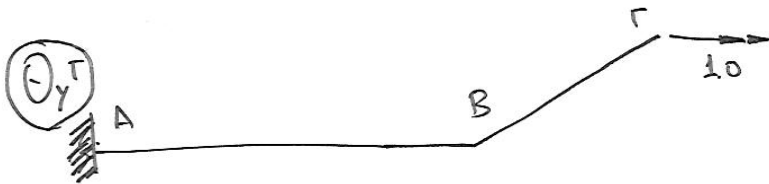
Τύπος ΒΓ:

$$\left\{ \begin{array}{ll} N_x = 0 & M_x = 1 \\ V_y = 0 & M_y = 0 \\ V_z = 0 & M_z = 0 \end{array} \right\}$$

• Επιβαλλόμενες μεταβολές δυναμική στην συνθήκη δίνονται Θ_x^{Γ} στο Γ:

Τύπος ΑΒ

$$\left\{ \begin{array}{ll} N_x = 0 & M_x = 0 \\ V_y = 0 & M_y = 1.0 \\ V_z = 0 & M_z = 0 \end{array} \right\}$$



• Μεταβολές στην στο Γ συν δίνονται ως Θ_y^{Γ} στην

Τύπος ΒΓ:

$$\left\{ \begin{array}{ll} N_x = 0 & M_x = 0 \\ V_y = 0 & M_y = 1.0 \\ V_z = 0 & M_z = 0 \end{array} \right\}$$

Τύπος ΑΒ

$$\left\{ \begin{array}{ll} N_x = 0 & M_x = -1 \\ V_y = 0 & M_y = 0 \\ V_z = 0 & M_z = 0 \end{array} \right\}$$



Τύπος ΒΓ:

$$\left\{ \begin{array}{ll} N_x = 0 & M_x = 0 \\ V_y = 0 & M_y = 0 \\ V_z = 0 & M_z = -1.0 \end{array} \right\}$$

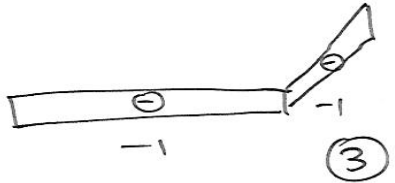
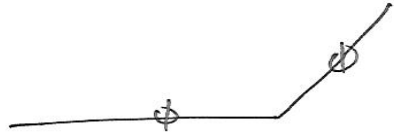
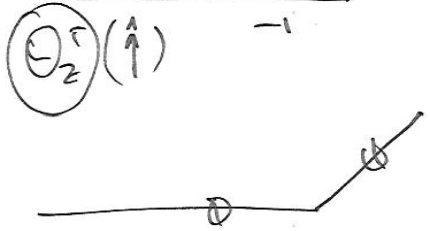
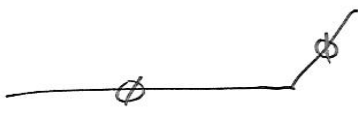
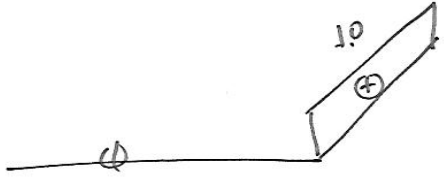
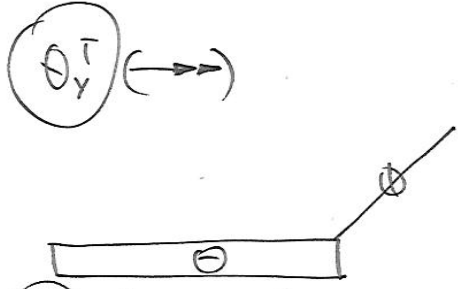
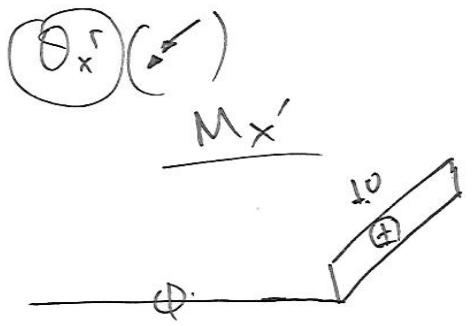
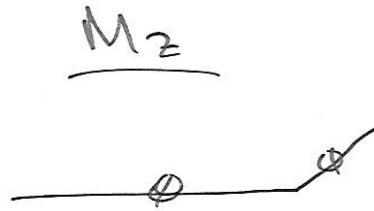
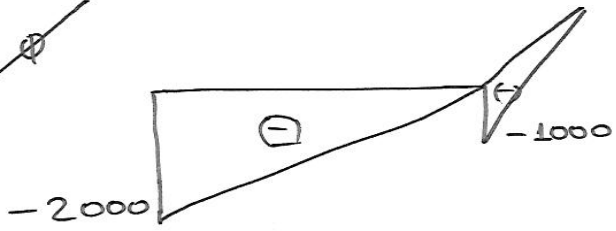
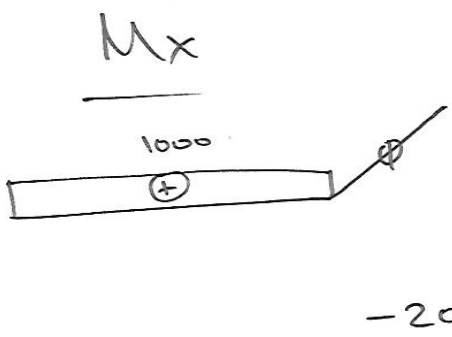
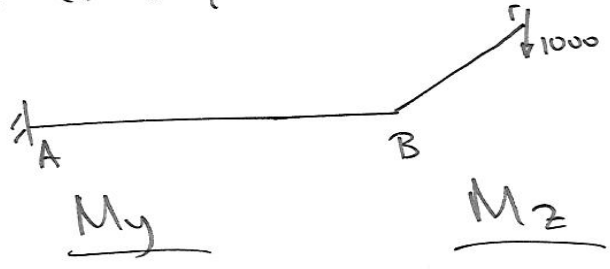
Τύπος ΑΒ

$$\left\{ \begin{array}{ll} N_x = 0 & M_x = 0 \\ V_y = 0 & M_y = 0 \\ V_z = 0 & M_z = -1.0 \end{array} \right\}$$

Διαγράμματα Έγκλιών Μεθόδων

Μαζί τα Διαγράμματα Έγκλιων αναφέρεται στις αλλαγές
 αψών τα Διαγράμματα Τυγνώσεων & αψών διαγράμματα
 τα 3 διαγράμματα γενικά είναι γνήσια πλάγια

Πραγματικό γυαίο :



• $\sum z_{xx} \theta_x^r$: $\left(\begin{array}{c} \text{Diagram 1: Triangle with peak } -2000 \text{ and base } 1.0 \text{ (labeled } (M_y)) \\ \text{Diagram 2: Rectangle with height } 1.0 \text{ and width } 2 \text{ (labeled } (\delta M_y)) \end{array} \right) \times$

$$\theta_x^r = 2 \times \frac{1}{2} \cdot \frac{(-2000)}{E I_y} \cdot (1.0) = \frac{-2000}{200 \times 10^9 \times 3.068 \times 10^{-7}} = -3.259 \times 10^{-2}$$

↪ $\boxed{\theta_x^r = -0.0326 \text{ radians}}$

• $\sum z_{yy} \theta_y^r$: $\left(\begin{array}{c} \text{Diagram 1: Triangle with peak } 1000 \text{ and base } 2 \text{ (labeled } (\delta M_y)) \\ \text{Diagram 2: Triangle with peak } -1000 \text{ and base } 2 \text{ (labeled } (M_y)) \\ \text{Diagram 3: Rectangle with height } 1000 \text{ and width } 2 \text{ (labeled } (M_x)) \\ \text{Diagram 4: Rectangle with height } -1000 \text{ and width } 2 \text{ (labeled } (\delta M_x)) \end{array} \right) \times$

$$\theta_y^r = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1.0) \times (-1000)}{200 \times 10^9 \times 3.068 \times 10^{-7}} + \frac{2 \times (1000) \times (-10)}{75 \times 10^9 \times 6.136 \times 10^{-7}} = -8.149 \times 10^{-3} - 4.346 \times 10^{-3}$$

↪ $\boxed{\theta_y^r = -5.16 \times 10^{-2} = -0.0516 \text{ radians}}$

$\sum z_{zz} \theta_z^r$: $\rightarrow \boxed{\theta_z^r = 0.0}$