



Πανεπιστήμιο Κύπρου
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
και Μηχανικών Περιβάλλοντος

ΠΠΜ 221: Ανάλυση Κατασκευών με Μητρώα

Ακαδημαϊκό Έτος 2020–21, Εαρινό Εξάμηνο

1^η Ενδιάμεση Πρόοδος

Πέμπτη, 18 Φεβρουαρίου, 2021, 9:00-10:00 π.μ. (60 λεπτά)

Όνομα:	
Επίθετο:	
E-mail:	@ucy.ac.cy
Αριθμός Ταυτότητας:	
Τηλεφ. Επικοινωνίας:	

Διαβάστε προσεκτικά τις πιο κάτω οδηγίες, χωρίς να γυρίσετε σελίδα προτού αρχίσει η εξέταση, και υπογράψτε:

1. **Δεν επιτρέπεται** η χρήση οποιουδήποτε άλλου χαρτιού πέρα από τα φύλλα χαρτιού που θα σας δοθούν.
2. Κατά την διάρκεια της εξέτασης **απαγορεύεται**:
 - οποιαδήποτε συνεργασία, συνομιλία ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο επικοινωνία με συμφοιτητές σας
 - η ανταλλαγή οποιωνδήποτε αντικειμένων (π.χ. υπολογιστικές μηχανές, κ.λπ.) με συμφοιτητές σας
 - η χρήση κινητών τηλεφώνων τα οποία θα πρέπει να απενεργοποιηθούν άμεσα
3. Αποχώρηση από τον χώρο εξέτασης επιτρέπεται μόνο 30 λεπτά μετά την έναρξη της εξέτασης, ενώ δεν επιτρέπεται αποχώρηση από τον χώρο της εξέτασης τα τελευταία 15 λεπτά πριν από την λήξη της εξέτασης.

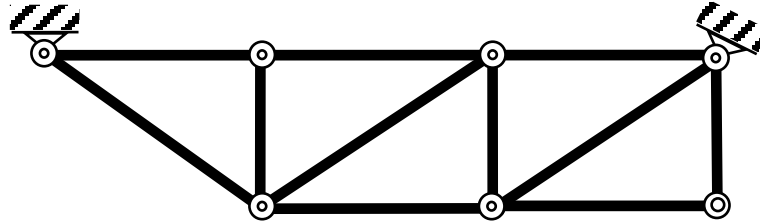
Έχω διαβάσει προσεκτικά και κατανοήσι πλήρως τις πιο πάνω οδηγίες.

Υπογραφή:

Πρόβλημα	Μονάδες	Βαθμός
1	10	
2	15	
3	10	
4	12	
5	25	
6	28	
		Τελικός Βαθμός:

Άσκηση 1: [10 μονάδες]

Θεωρώντας ότι χρησιμοποιούνται όλοι οι βαθμοί ελευθερίας, δηλαδή ΔΕΝ χρησιμοποιούνται συμπυκνωμένα μητρώα, προσδιορίστε τις διαστάσεις των πιο κάτω μητρώων και διανυσμάτων στον πιο κάτω πίνακα, κατά τη χρησιμοποίηση της μεθόδου ευκαμψίας.



Μητρώο/Διάνυσμα	Αριθμός γραμμών	Αριθμός στηλών
R		
b_o		
b_x		
F_{ox}		
F_{xo}		

Άσκηση 2: [15 μονάδες]

Ζητείται να γράψετε δίπλα από κάθε εντολή της Matlab, τι ακριβώς κάνει:

clear

clf

clc

a = rand(4)

eye(5)

c = 5 * ones(5,4)

inv(a)

rank(a)

det(a)

`[nR nC] = size(c)`

`a .* a'`

`a * c'`

`subplot(3,2,3)`

`plot(4,-25,'r*')`

`axis([-2 6 3 9])`

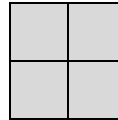
Άσκηση 3: [10 μονάδες]

Θεωρείστε ότι έχετε τις καταγραφές ενός επιταχυνσιογράφου σε ένα αρχείο με το όνομα **kobe3D** σε 4 στήλες, με την 1^η στήλη να παρέχει το χρόνο σε δευτερόλεπτα, και τη 2^η, 3^η και 4^η στήλη να παρέχουν τις επιταχύνσεις του εδάφους στη X, Y και Z (κατακόρυφη) διεύθυνση, αντίστοιχα. Ζητείται να γράψετε τις εντολές σε Matlab που απαιτούνται για να φορτώσετε τις τιμές του αρχείου αυτού και να σχεδιάσετε στο σχήμα (figure) 17, το οποίο θα πρέπει να χωρίσετε σε 3 υποσχήματα (subplot), ως 1 στήλη και 3 γραμμές, την χρονοϊστορία των επιταχύνσεων του εδάφους στη X διεύθυνση στο πάνω υποσχήμα, την χρονοϊστορία των επιταχύνσεων του εδάφους στη Y διεύθυνση στο μεσαίο υποσχήμα και την χρονοϊστορία των επιταχύνσεων του εδάφους στη Z διεύθυνση στο κάτω υποσχήμα του σχήματος 17.

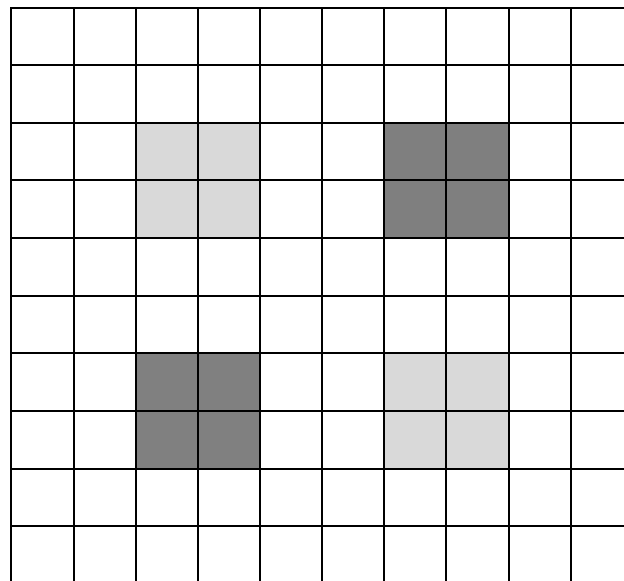
Άσκηση 4: [12 μονάδες]

Ζητείται όπως δώσετε τις τέσσερις (4, όχι περισσότερες!) εντολές (σε Matlab) που απαιτούνται για να **προστεθούν** τα στοιχεία του μητρώου **k** (το οποίο έχει διαστάσεις 2x2) στα υπάρχοντα στοιχεία στις αντίστοιχες θέσεις που είναι ελαφρώς σκιασμένες (3^η-4^η γραμμές και 3^η-4^η στήλες, 7^η-8^η γραμμές και 7^η-8^η στήλες) του μητρώου **KK**, το οποίο έχει διαστάσεις 10x10, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα, και να **αφαιρεθούν** τα στοιχεία του μητρώου **k** (το οποίο έχει διαστάσεις 2x2) από τα υπάρχοντα στοιχεία στις αντίστοιχες θέσεις που είναι πιο έντονα σκούρα σκιασμένες (3^η-4^η γραμμές και 7^η-8^η στήλες, 7^η-8^η γραμμές και 3^η-4^η στήλες) του μητρώου **KK**, όπως φαίνεται πιο κάτω:

k_{2x2}



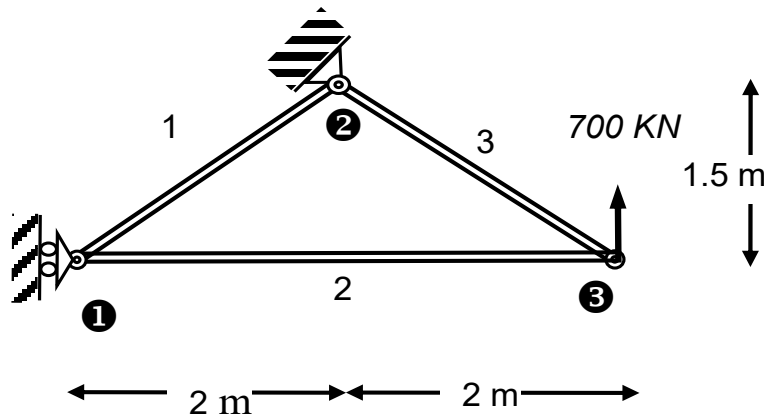
KK_{10x10}



Άσκηση 5: [25 μονάδες]

Για την επίλυση του πιο κάτω δικτυώματος με τη μέθοδο ευκαμψίας, χρησιμοποιώντας συμπυκνωμένα μητρώα, για τη συγκεκριμένη φόρτιση, δώστε τις εντολές σε Matlab που απαιτούνται για να προσδιοριστούν οι αξονικές δυνάμεις των ράβδων, η κατακόρυφη μετακίνηση του κόμβου 3 και οι παραμορφώσεις (επιμηκύνσεις/βραχύνσεις) των μελών για το συγκεκριμένο φορτίο που φαίνεται στο σχήμα.

Το μέτρο ελαστικότητας του υλικού των ράβδων ισούται με $E=200 \text{ GPa}$ και το εμβαδόν της διατομής της κάθε ράβδου ισούται με: $A_1=0.002\text{m}^2$, $A_2=0.004\text{m}^2$ και $A_3=0.002\text{m}^2$.



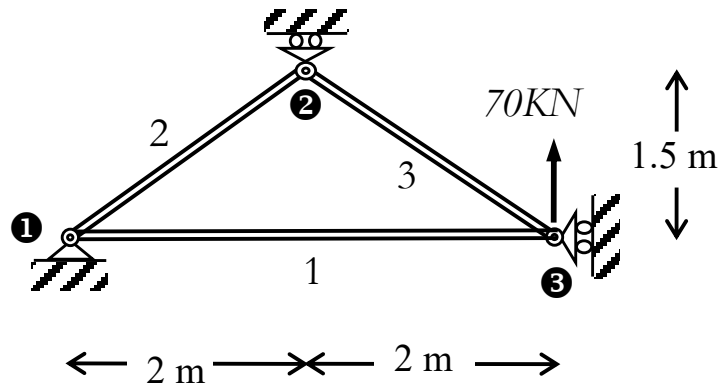
Άσκηση 6: [28 μονάδες]

Για την επίλυση του πιο κάτω δικτυώματος με τη μέθοδο ευκαμψίας, χρησιμοποιώντας συμπυκνωμένα μητρώα, για τη συγκεκριμένη φόρτιση, δώστε τις εντολές σε Matlab που απαιτούνται για να προσδιοριστούν οι αξονικές δυνάμεις των ράβδων, η κατακόρυφη μετακίνηση του κόμβου 3 και οι παραμορφώσεις των μελών.

Κατά την επίλυση ορίστε ως υπερστατικό μέγεθος τη δέσμευση στη δεξιά στήριξη (κόμβος 3).

Το μέτρο ελαστικότητας του υλικού των ράβδων ισούται με $E=200 \text{ GPa}$ και το εμβαδόν της διατομής της κάθε ράβδου ισούται με: $A_1=0.005\text{m}^2$, $A_2=0.004\text{m}^2$, και $A_3=0.004\text{m}^2$

Το εξωτερικό φορτίο ισούνται με: $R_1=70\text{KN}$.



Χρήσιμες Σχέσεις για τη Μέθοδο Ευκαμψίας

- Ισοστατικοί φορείς

$$\underline{s} = \underline{b} \cdot \underline{R}$$

$$\underline{u} = \underline{\mathcal{F}}^* \cdot \underline{s}$$

$$\underline{U} = \underline{b}^T \cdot \underline{\mathcal{F}}^* \cdot \underline{b} \cdot \underline{R} = \left(\underline{b}^T \cdot \underline{\mathcal{F}}^* \cdot \underline{b} \right) \cdot \underline{R} = \underline{\mathcal{F}} \cdot \underline{R}$$

- Υπερστατικοί φορείς

$$\underline{u} = \underline{\mathcal{F}}^* \cdot \underline{s}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\underline{b}_0^T \cdot \underline{\mathcal{F}}^* \cdot \underline{b}_0 \right) & \left(\underline{b}_0^T \cdot \underline{\mathcal{F}}^* \cdot \underline{b}_x \right) \\ \left(\underline{b}_x^T \cdot \underline{\mathcal{F}}^* \cdot \underline{b}_0 \right) & \left(\underline{b}_x^T \cdot \underline{\mathcal{F}}^* \cdot \underline{b}_x \right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{R} \\ \underline{X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{F}_{00} & \underline{F}_{0x} \\ \underline{F}_{x0} & \underline{F}_{xx} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{R} \\ \underline{X} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \underline{X} = -\underline{F}_{xx}^{-1} \cdot \underline{F}_{x0} \cdot \underline{R}$$

$$\underline{U} = \underline{F}_{00} \cdot \underline{R} + \underline{F}_{0x} \cdot \underline{X} = \left(\underline{F}_{00} - \underline{F}_{0x} \cdot \underline{F}_{xx}^{-1} \cdot \underline{F}_{x0} \right) \cdot \underline{R}$$

$$\underline{s} = \underline{b}_0 \cdot \underline{R} + \underline{b}_x \cdot \underline{X} = \left(\underline{b}_0 - \underline{b}_x \cdot \underline{F}_{xx}^{-1} \cdot \underline{F}_{x0} \right) \cdot \underline{R} = \underline{b} \cdot \underline{R}$$