



Πανεπιστήμιο Κύπρου
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
και Μηχανικών Περιβάλλοντος

ΠΠΜ 221: Ανάλυση Κατασκευών με Μητρώα

Ακαδημαϊκό Έτος 2020–21, Εαρινό Εξάμηνο

2^η Πρόοδος

9:00-10:00 μ.μ. (60 λεπτά)

Πέμπτη, 18 Μαρτίου, 2021

Όνομα:	
Επίθετο:	
Αριθμός Ταυτότητας:	
Τηλεφ. Επικοινωνίας:	

Διαβάστε προσεκτικά τις πιο κάτω οδηγίες, χωρίς να γυρίσετε σελίδα προτού αρχίσει η εξέταση, και υπογράψτε:

1. **Δεν επιτρέπεται** η χρήση οποιουδήποτε άλλου χαρτιού πέρα από τα φύλλα χαρτιού που θα σας δοθούν.
2. Κατά την διάρκεια της εξέτασης **απαγορεύεται:**
 - οποιαδήποτε συνεργασία, συνομιλία ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο επικοινωνία με συμφοιτητές σας
 - η ανταλλαγή οποιωνδήποτε αντικειμένων με συμφοιτητές/ριες σας
 - η χρήση κινητών τηλεφώνων τα οποία θα πρέπει να απενεργοποιηθούν αμέσως
3. Αποχώρηση από τον χώρο εξέτασης επιτρέπεται μόνο 15 λεπτά μετά την έναρξη της εξέτασης, ενώ δεν επιτρέπεται αποχώρηση από τον χώρο της εξέτασης τα τελευταία 15 λεπτά πριν από τη λήξη της εξέτασης.
4. Ισχύουν όλοι οι Κανόνες Εξετάσεων του Πανεπιστημίου.

Έχω διαβάσει προσεκτικά και κατανοήσι πλήρως τις πιο πάνω οδηγίες.

Υπογραφή:

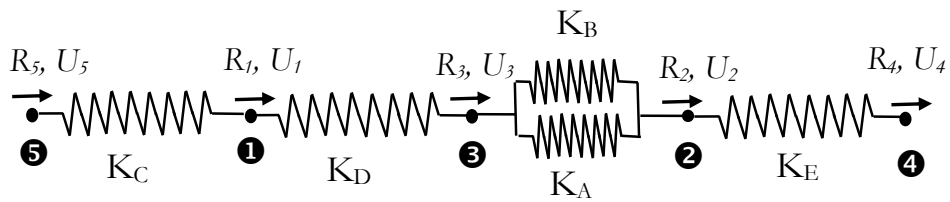
Πρόβλημα	Μονάδες	Βαθμός
1	5	
2	10	
3	15	
4	15	
5	15	
6	40	
		Τελικός Βαθμός:

Άσκηση 1: [5 μονάδες]

- (α) Στο πρόγραμμα ανάλυσης επίπεδων δικτυωμάτων που έχετε αναπτύξει με το Matlab, περιγράψτε πως μπορείτε πολύ εύκολα να ελέγξετε εάν ένα δικτύωμα είναι σταθερό (δηλαδή όχι μηχανισμός), κατά το σχηματισμό του μητρώου δυσκαμψίας της κατασκευής στο απόλυτο σύστημα, \mathbf{K} , και των υπομητρώων \mathbf{Kff} , \mathbf{Kfs} , \mathbf{Ksf} και \mathbf{Kss} , στα οποία μπορεί να διαχωριστεί;
- (β) Ποιες συναρτήσεις ('εντολές') του Matlab και πως μπορούν να χρησιμοποιηθούν ώστε να ελέγξετε εάν το δικτύωμα είναι σταθερό, έχοντας πρόσβαση ΜΟΝΟ στα πιο πάνω μητρώα.

Άσκηση 2: [10 μονάδες]

Σχηματίστε το μητρώο δυσκαμψίας του πιο κάτω συστήματος ελατηρίων, χρησιμοποιώντας τους βαθμούς ελευθερίας ακριβώς όπως έχουν ορισθεί πιο κάτω.



$$\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{bmatrix}$$

Άσκηση 3: [15 μονάδες]

Εάν έχετε ένα επίπεδο δικτύωμα με 30 κόμβους, εκ των οποίων οι 3 είναι στηρίξεις (δεσμευμένοι βαθμοί ελευθερίας) και 25 μέλη (ράβδους), χρησιμοποιήστε τις απαραίτητες εντολές Matlab ώστε:

(α) Να ορίσετε το αρχικό (με μηδενικά όλα του τα στοιχεία) μητρώο δυσκαμψίας **K**.

(β) Στη συνέχεια, προσθέστε (στα προϋπάρχοντα στοιχεία) στις κατάλληλες γραμμές και στήλες το (διαστάσεων 4x4) μητρώο δυσκαμψίας **K7** (εκφρασμένο ήδη στο απόλυτο σύστημα συντεταγμένων, όπως φαίνεται πιο κάτω) ενός μέλους **7** το οποίο έχει κόμβο αρχής το **12** και κόμβο τέλους τον **17**, θεωρώντας ότι έχουν ήδη προστεθεί τα στοιχεία των μητρώων δυσκαμψίας άλλων μελών.

$$\underline{k}_m = \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{A \cdot E}{L}$$

Άσκηση 4: [15 μονάδες]

Εάν τα δεδομένα ενός επίπεδου δικτυώματος δίνονται με την πιο κάτω μορφή, όπου ο πίνακας KOMBOI περιέχει σε 3 στήλες τον αριθμό του κάθε κόμβου και τις συντεταγμένες του στη Χ και Υ διεύθυνση, και ο πίνακας MELH περιέχει τη συνδεσμολογία των μελών με τις 3 στήλες να δίνουν, αντίστοιχα, τον αριθμό του μέλους, τον κόμβο αρχής και τον κόμβο τέλους, ζητείται να δώσετε τις κατάλληλες εντολές, θεωρώντας ότι τα αρχεία αυτά έχουν ήδη φορτωθεί στη μνήμη, ώστε:

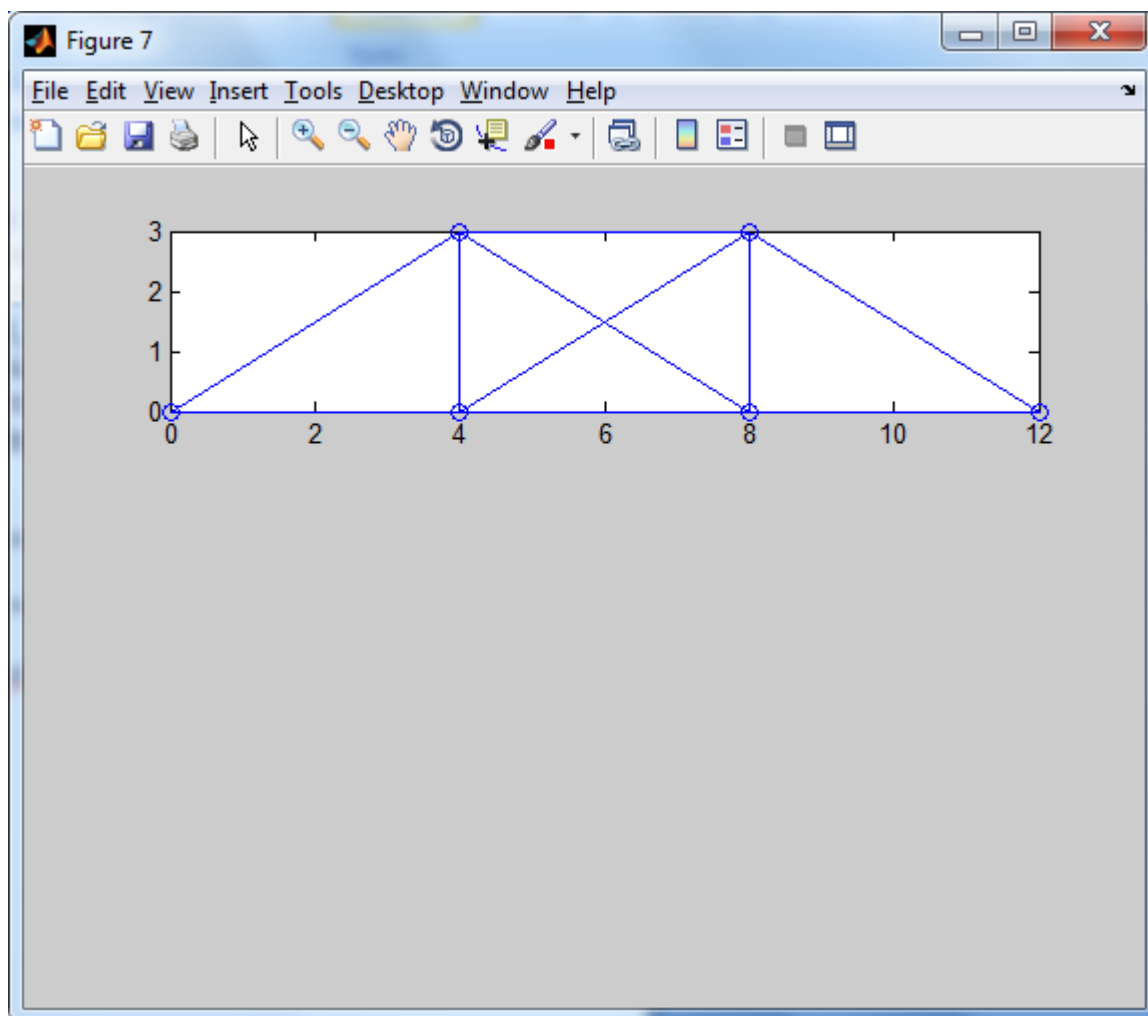
(α) Να υπολογίσετε και να αποθηκεύσετε ως 4^η στήλη του πίνακα MELH τα αντίστοιχα μήκη των μελών, δηλαδή στην γραμμή που αντιστοιχεί στο κάθε μέλος να αποθηκεύσετε στην 4^η στήλη της γραμμής το μήκος του μέλους που θα πρέπει να το υπολογίσετε από τις συντεταγμένες των κόμβων αρχής και τέλους, με τρόπο γενικό ώστε να ισχύει για οποιοδήποτε αρχείο δεδομένων με την ίδια μορφή.

(β) Να σχεδιάσετε τους κόμβους του δικτυώματος, χρησιμοποιώντας το σύμβολο 'ο' και τα μέλη του δικτυώματος όπως στο σχήμα της επόμενης σελίδας, χωρίζοντας το σχήμα (figure) 7 σε 3 υποσχήματα (subplots) και σχεδιάζοντας το δικτύωμα στο 1^ο (πάνω υποσχήμα).

```
% KOMBOI (n, x (n) , Y (n) )      : Nodal coordinates table
% NODAL COORDINATES
%-----
KOMBOI = [
%      NODE           X-COORD           Y-COORD
%      ----           -
%      1             0.0             0.0
%      2             4.0             0.0
%      3             8.0             0.0
%      4            12.0             0.0
%      5             4.0             3.0
%      6             8.0             3.0
]

% MEMBER CONNECTIVITY TABLE
%-----
MELH = [
%      MEMBER           [i]   START NODE           [i]   END NODE
%      ----           -
%      1               1           2
%      2               1           5
%      3               2           5
%      4               2           3
%      5               2           6
%      6               5           3
%      7               5           6
%      8               3           6
%      9               3           4
%      10              4           6
]

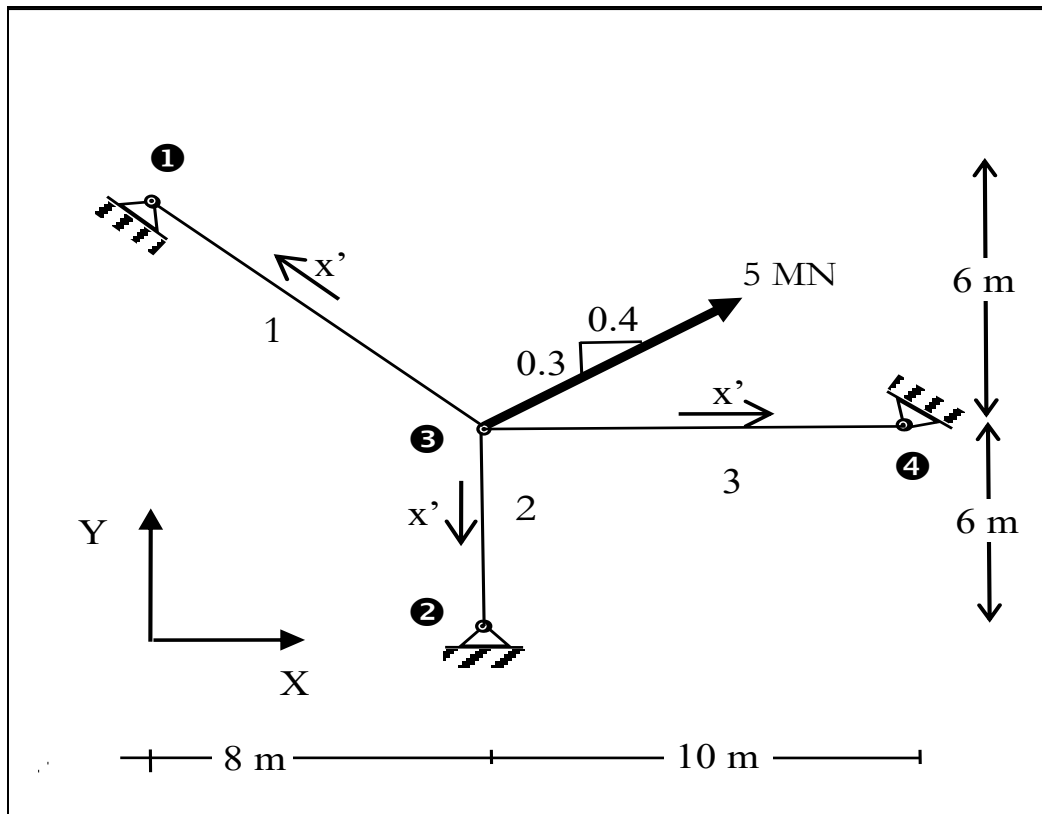
```



Άσκηση 5: [15 μονάδες]

Ζητείται να γράψετε τις απαραίτητες εντολές στο GT-Strudl για να πραγματοποιήσετε ανάλυση του πιο κάτω δικτυώματος και να πάρετε τα εντατικά μεγέθη (αξονικές δυνάμεις) σε KN και τις μετακινήσεις σε mm. Το μέτρο ελαστικότητας του υλικού για όλες τις ράβδους ισούται με 250 GPa και το εμβαδόν της διατομής των ράβδων 1 και 3 ισούται με 0.02 m² ενώ της ράβδου 2 ισούται με 0.012 m². Χρησιμοποιήστε το απόλυτο σύστημα συντεταγμένων XY για τον ορισμό της κατασκευής και τα τοπικά συστήματα συντεταγμένων x'y' για τον ορισμό των μελών,

Στο τυπολόγιο, στο τέλος του γραπτού, δίδονται συνοπτικά οι κύριες εντολές του GT-Strudl.

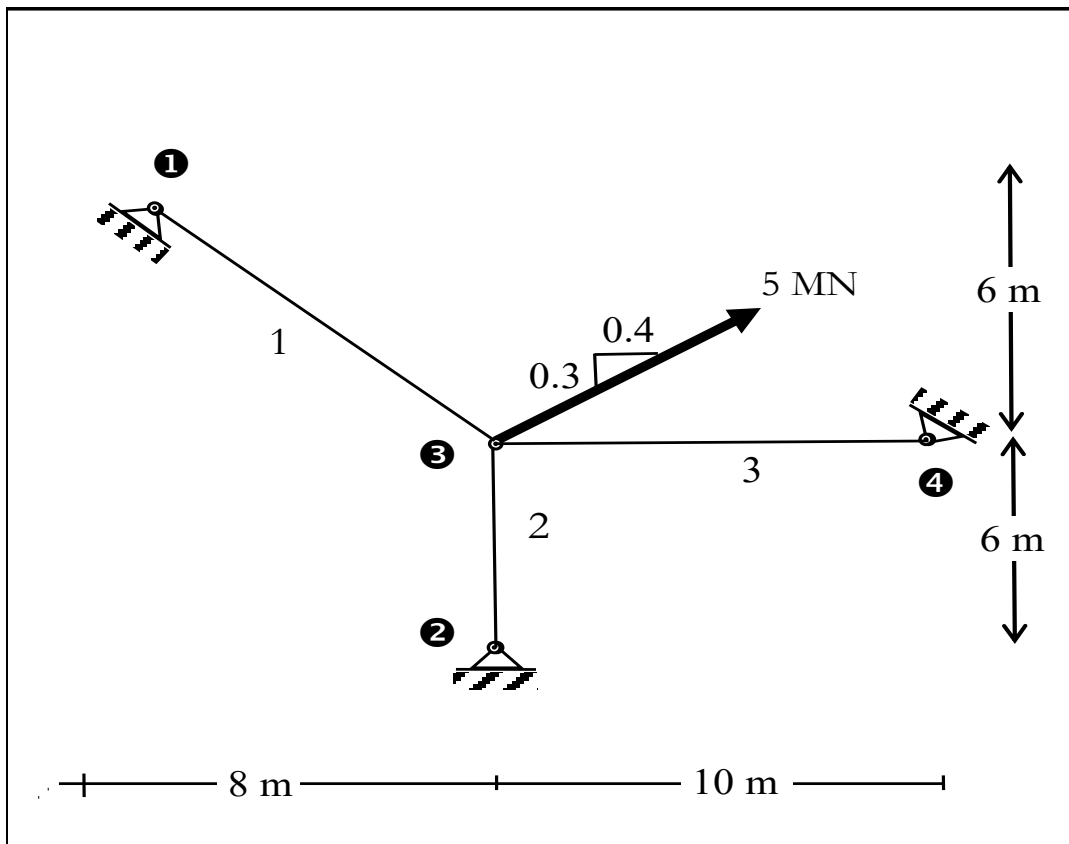


Άσκηση 6: [40 μονάδες]

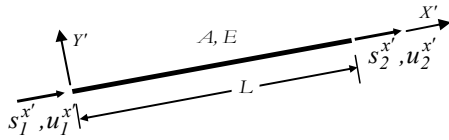
Εάν πρέπει να υπολογίσετε, με τη γραφική (χειρωνακτική) μέθοδο δυσκαμψίας, τις μετακινήσεις των κόμβων και τα εντατικά μεγέθη των μελών του πιο κάτω δικτυώματος, θεωρώντας ότι οι παραμορφώσεις και μετακινήσεις είναι μικρές, το μέτρο ελαστικότητας του υλικού για όλες τις ράβδους ισούται με 250 GPa και το εμβαδόν της διατομής των ράβδων 1 και 3 ισούται με 0.02 m² ενώ της ράβδου 2 ισούται με 0.012 m².

(i) Προσδιορίστε το μητρώο δυσκαμψίας, K_{ff} , θεωρώντας αμελητέες τις αξονικές και διατμητικές παραμορφώσεις, με αρίθμηση σύμφωνα με το σχήμα και το απόλυτο σύστημα συντεταγμένων ΧΥ.

(ii) Δώστε τις κατάλληλες εντολές σε Matlab για να υπολογιστούν οι άγνωστες μετακινήσεις του πλαισίου και τα εντατικά μεγέθη (αξονικές δυνάμεις) των μελών.



ΣΧΗΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ



$$\begin{bmatrix} s_1^{x'} \\ s_1^{y'} \\ s_2^{x'} \\ s_2^{y'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{A \cdot E}{L} \cdot \begin{bmatrix} u_1^{x'} \\ u_1^{y'} \\ u_2^{x'} \\ u_2^{y'} \end{bmatrix}$$

$$\underline{s}_m' = \underline{k}_m' \cdot \underline{u}_m' \Rightarrow \begin{bmatrix} s_1^{x'} \\ s_1^{y'} \\ s_2^{x'} \\ s_2^{y'} \end{bmatrix} = \underline{k}_m' \cdot \begin{bmatrix} u_1^{x'} \\ u_1^{y'} \\ u_2^{x'} \\ u_2^{y'} \end{bmatrix}$$

$$\underline{s}_m' = \underline{T}_m \cdot \underline{s}_m$$

$$\underline{u}_m' = \underline{T}_m \cdot \underline{u}_m$$

$$\underline{s}_m = \underline{T}_m^T \cdot \underline{k}_m' \cdot \underline{T}_m \cdot \underline{u}_m = \underline{k}_m \cdot \underline{u}_m$$

$$\underline{k}_m = \underline{T}_m^T \cdot \underline{k}_m' \cdot \underline{T}_m$$

$$\underline{k}_m = \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{A \cdot E}{L}$$

$$\underline{k}_m^{ii} = \underline{k}_m^{jj} = \begin{bmatrix} c^2 & cs \\ cs & s^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{A \cdot E}{L} = -\underline{k}_m^{ij} = -\underline{k}_m^{ji}$$

$$\underline{T}_m = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{xx'} & \cos \theta_{yx'} & 0 & 0 \\ \cos \theta_{xy'} & \cos \theta_{yy'} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta_{xx'} & \cos \theta_{yx'} \\ 0 & 0 & \cos \theta_{xy'} & \cos \theta_{yy'} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{R}_f \\ \underline{R}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{K}_{ff} & \underline{K}_{fs} \\ \underline{K}_{sf} & \underline{K}_{ss} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_f \\ \underline{U}_s \end{bmatrix}$$

$$\underline{U}_s = \underline{U}_s^* \Rightarrow \begin{aligned} \underline{R}_f &= \underline{K}_{ff} \cdot \underline{U}_f + \underline{K}_{fs} \cdot \underline{U}_s^* \\ \underline{U}_f &= \underline{K}_{ff}^{-1} \cdot (\underline{R}_f - \underline{K}_{fs} \cdot \underline{U}_s^*) \end{aligned}$$

$$\underline{R}_s = \underline{K}_{sf} \cdot \underline{U}_f + \underline{K}_{ss} \cdot \underline{U}_s^*$$

GT-Strudl

Ενδεικτικές εντολές GT-Strudl (ανακατεμένες)

<p>LOADING 1 JOINT LOADS 1 FORCE Y -100.0 2 MOMENT Z -80.0</p> <p>LIST FORCES</p> <p>UNITS M N CENTIGRADE</p> <p>JOINT COORDINATES 1 4 0 2 8 0 </p> <p>LIST REACTIONS</p> <p>STATUS SUPPORT JOINTS 5 6 ...</p> <p>JOINT RELEASES 3 FORCE X</p> <p>CONSTANTS E 200e9 ALL</p> <p>MEMBER PROPERTIES 1 TO 2 AX 1000 AY 1000 IZ 0.0054 4 AX 1000 AY 1000 IZ 0.0027 </p>	<p>LOADING 2 'Epiballomena fortia' JOINT LOADS 4 MOMENT Z 500E3</p> <p>STIFFNESS ANALYSIS</p> <p>OUTPUT DECIMAL 5</p> <p>TYPE SPACE TRUSS</p> <p>LIST SUM REACTIONS</p> <p>LIST DISPLACEMENTS</p> <p>CINPUT</p> <p>TYPE PLANE FRAME</p> <p>MEMBER INCIDENCES 1 3 1 2 3 4 </p> <p>STRUDL 'T3_3' 'Test 3_3'</p> <p>FINISH</p>
---	---